

# 噴泉編碼在深空通信中的應用

## Applying Fountain Codes in Deep Space Communication

朱宏傑Hong-jie Zhu, 裴玉奎Yu-Kui Pei, 陸建華Jian-hua Lu

北京清華大學電子工程系

zhu hj@mails.thu.edu.cn, peiyk@wmc.ee.tsinghua.edu.cn, lujh@wmc.ee.tsinghua.edu.cn

### 摘要

深空通信的最大特點是距離遙遠、延時長，通信可靠性無法採用回饋重傳的方式來保證，主要依靠通道編碼來完成。為了進一步提高現有糾錯方案的誤包率性能，本文提出一種引入噴泉糾刪碼的差錯控制方案，利用噴泉碼在刪除通道上可近似達到通道容量的特點，通過增加少量的編碼冗餘來有效降低系統的誤包率。本文分析了噴泉碼的解碼開銷（overhead）對功率有效性的影響，給出了選擇適用噴泉碼碼型的方法。仿真結果表明，在採用CCSDS（Consultative Committee for Space Data System）標準草案中的LDPC（Low-Density Parity-Check）碼時，引入系統RU（Richardson-Urbanke）噴泉碼可獲得0.06~0.44dB的額外編碼增益。

**關鍵字：**通道編碼、噴泉編碼、級聯碼、深空通信、特徵斜率。

### Abstract

Long distance and high latency are the essential character of deep space communication, which make it hard to utilize the feedback and retransmission scheme. Therefore, reliable data delivery is guaranteed mainly by channel coding in this application. To improve the packet error performance further, a novel error control scheme is proposed by introducing certain fountain code as outer code of traditional channel code. As fountain codes are capacity achieving on erasure channel, the whole packet error rate in receiver can be reduced. However, the extra overhead brought by fountain codes also depresses the coding gain. In this paper, conditions on which the novel scheme improves the coding performance are analyzed and approaches for specific fountain code selecting are illustrated. Simulation results show that the novel scheme can achieve 0.06~0.44dB extra coding gain by concatenating a systematic RU(Richardson-Urbanke) code to the LDPC(Low-Density Parity-Check) codes suggested by CCSDS(Consultative Committee for Space Data System).

**Keywords:** Channel Coding, Fountain Code, Concatenated Codes, Deep space Communication, Eigen-slope.

### 1 緒論

深空通信一般指地球與位於月球和月球以外的宇宙空間中的探測器之間的通信，與一般的地面通信、衛星通信等相比具有通信距離遠、時延大等特點。遙遠的通信距離導致接收的信噪比極低，而巨大的通信時延使得回饋重傳方式效率很低。另一方面，深空探測獲得的科學資料極其珍貴，因此資料傳輸的可靠性需要得到最大限度的保證。自二十世紀六十年代開始到現在，對通道編碼和調製的設計和優化一直是深空通信領域的一個重要課題[1]。進入二十一世紀以來，美國的國家航空暨太空總署（National Aeronautics and Space Administration, NASA）和噴氣推進實驗室（Jet Propulsion Laboratory, JPL）等機構提出了建立「星際互聯網路」（InterPlanetary Internet, IPN）的設想，以解決深空探測和通信中的各種問題[1-3]。這種星際通信具有網路拓撲不固定、星際環境複雜、資訊時延大、斷續通信等特點，因此對編碼的設計又提出了新的要求。

深空通信中的編碼技術從最早的系統卷積碼、非系統卷積碼、級聯碼到現在的Turbo碼，編碼性能在不斷提高。Turbo碼由於應用了香農的隨機編碼理論，從而獲得了接近香農容量（Shannon capacity）的糾錯性能，目前已被空間資料諮詢委員會（CCSDS）列入深空通信的編碼標準，用於低傳輸速率的深空通信任務。近年來一些學者又把LDPC（Low-Density Parity-Check，低密度奇偶校驗）碼作為深空通信中改錯碼的備選方案，CCSDS最近的標準建議草案中給出了幾種適用於深空通信的LDPC碼碼型及其性能[4]，其中的LDPC(8192,1/2)碼，可在 $E_b/N_0$ 為1.26dB時達到 $10^{-5}$ 的誤包率。

在已知誤包率的情況下，還可以採用糾刪碼進一步提高系統的抗差錯性能[5]。RS（Reed-Solomon）碼是一種經典的分組刪除碼。對於資訊長度為 $k$ 、碼長為 $n$ 的RS碼，收端只要收到碼字中任意 $k$ 個編碼符號就可以恢復出原始資料。然而在深空通信應用中RS糾刪碼具有很大的局限性。首先，它的編碼結構需根據事先確定的碼率來設計，即使採用多碼率設計，其碼率也通常為幾個固定的值，不能靈活的改變以適應通道的變化。其次，RS碼編解碼的標準實現需 $O(k(n-k)\log_2 n)$ 次符號操作[5]，為了降低演算法複雜度，實用的RS碼通常採用較小的分組長度，從而造成對長突發錯誤的抵抗效果不理想，在複雜的深空電磁環境中，RS碼可能出現超出糾錯能力範圍的現象。

相比而言，近年來提出的噴泉編碼[6-8]非常適用於深空通信。首先，噴泉碼非固定碼率的特性使得發送端可以根據通斷時間、通道狀況、能量狀況等條件精確而靈活地控制碼率。其次，噴泉碼的糾刪性能只與碼長（資料包數量）和編碼結構有關，而與包長度無關，因此有利於更好地抵抗複雜深空電磁環境可能引起的長突發錯誤。再次，噴泉碼對異質用戶的良好支持有利於未來深空通信網的構建和擴展。最後，噴泉碼的編解碼複雜度很低，目前較好的設計可使編解碼複雜度與碼長成對數關係[9]或線性關係[10]，這有利於深空探測器的節能和簡化設計。

鑒於噴泉碼的這些優點，本文研究如何在深空通信的差錯控制系統中引入噴泉碼。文章編排如下：第二節對噴泉碼進行簡要介紹，第三節提出引入噴泉編碼的差錯控制方案，並給出該方案能取得編碼增益的條件，第四節給出具體噴泉碼碼型的選擇方法和依據，第五節通過仿真比較幾種實際方案的糾錯性能，最後由第六節對全文進行總結。

## 2 噴泉編碼簡介

資料噴泉（Digital Fountain）的概念首先由John Byers及Michael Luby等人針對廣播和資料分發等應用提出[6][7]，因發端類似一個噴泉而得名，其中採用的編碼稱為噴泉編碼。目前典型的兩種噴泉編碼是LT碼[9]和Raptor碼[10]，另外還有一些針對不同應用的變種[11-13]。

### 2.1 LT碼

M. Luby提出的LT（Luby Transform）碼是第一個實用的噴泉編碼，編碼演算法如下：

- (1)將原始資料等分為 $k$ 個資料符號，在 $1\sim k$ 範圍內按某一分佈（稱為編碼度分佈）隨機選取一個整數 $d$ ，其中 $k$ 稱為該碼的碼長；
- (2)在資料符號中均勻地隨機選取 $d$ 個不同符號；
- (3)對這 $d$ 個符號求異或，得到一個編碼符號。

所有的編碼符號都是採用這一流程獨立生成的，因此可以生成任意長的一個編碼資料流程。上述的符號也可稱為包，後文我們將不區分這兩個術語。

LT碼的解碼採用迭代的方法進行。在解碼的每一步，解碼器都在編碼符號集中尋找度為1的符號，從而直接恢復出它們所連接的資料符號，然後將這些資料符號與跟它們有連接的編碼符號進行異或並將結果取代該編碼符號原來的值，完成之後刪去它們之間的連接關係，並相應地修改編碼符號的度。重複上述過程直至不存在度為1的符號為止。如果所有資料符號都被恢復則解碼成功，否則解碼失敗。該演算法稱為BP（Belief Propagation）解碼演算法。

LT碼的編碼和解碼均需 $O(k\ln(k/\delta))$ 次符號異或操作。接收端需接收略大於 $k$ 個編碼包（符號）才能以不低於 $1-\delta$ 的概率成功解碼，這個額外的編碼包數量與碼長 $k$ 之比稱為解碼開銷（overhead），其典型值為5%[8]。

### 2.2 Raptor碼

Raptor碼是LT碼的改進版。它首先對原始資訊進行預編碼，然後採用一個弱化的LT碼對資料進行編碼並發送。弱化LT碼能以很高的概率恢復出絕大多數符號，而剩餘的符號則靠預編碼恢復。通過聯合優化這兩部分編碼的碼率和參數，Raptor可以在相同解碼開銷下實現更高的解碼成功率。

Raptor碼的編碼和解碼均需 $O(k\ln(1/\epsilon))$ 次符號異或操作，其中 $\epsilon$ 是解碼開銷。可見，Raptor碼的編解碼複雜度與碼長成線性關係，優於LT碼的對數關係。

### 2.3 RU碼

RU碼[11]是LT碼的一個變種，它保持LT碼的編碼演算法不變，而用RU解碼演算法代替LT碼採用的BP解碼演算法。並且，它根據RU解碼的特點重新設計了編碼器的度分佈函數。由於RU解碼採用的是類似高斯消去的演算法，因此解碼成功率高於BP解碼演算法。而作為代價，它的計算複雜度有所增加，但可以通過對編碼度分佈的優化設計，在複雜度和解碼成功率之間取得良好的折衷。

### 2.4 系統噴泉碼

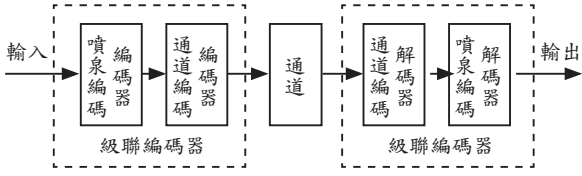
LT碼最先以非系統碼的形式提出，但在實際使用中，人們往往更願意採用系統碼。這是因為系統碼以原始資料包作為輸出編碼包流最前面的 $k$ 個包，在不解碼或解碼失敗的情況下仍能獲得部分原始資料包。

Shokrollahi在提出Raptor碼的同時給出了一種用非系統噴泉碼構造系統噴泉碼的方法[10]。方法如下：假設已有一個性能很好的碼長為 $k$ 的非系統噴泉碼，在該碼生成的無窮多個編碼包中搜索這樣一個編碼包集合，它包含 $k$ 個包，且這些包線性不相關，即針對這 $k$ 個包的生成矩陣 $G$ 是滿秩的。然後將這些編碼包替換為 $k$ 個原始資料包，再將包向量與生成矩陣的逆 $G^{-1}$ 相乘可獲得 $k$ 個新資料包，稱為仲介包。編碼時，首先傳輸 $k$ 個原始資料包，之後再利用非系統碼對 $k$ 個仲介包進行噴泉編碼，生成編碼包流。接收方對接收包解碼後首先得到 $k$ 個仲介包，再將仲介包向量與生成矩陣相乘即可獲得原始資料包。顯然，這樣設計的系統噴泉碼既保持了原有非系統噴泉碼的編碼參數，具有同樣優良的解碼性能，又具備了系統碼的性質，區別只是編解碼各多了一次變換，複雜度有所提高。

## 3 引入數位噴泉技術的差錯控制方案

將噴泉碼用於深空通信中，作為傳統通道編碼的外碼，可構成新的級聯型差錯控制方案，如圖一所示。該方案可進一步降低系統誤碼率，但另一方面，噴泉碼具有的解碼開銷會消耗一定的額外功率，因此該級聯方案是否比傳統的純通道編碼方案有額外的編碼增益取決於採用的噴泉碼的性能。我們首先研究非系統噴泉碼和系統噴泉碼在該級聯方案中的差別，給出如下兩個定理。





圖一 引入噴泉碼的差錯控制系統框圖

定義1：假設碼長為 $k$ 的噴泉碼 $C_{FC}$ 的資料包含有 $L$ 個比特，發送的編碼包數量為 $n_r=k/r_{FC}$ ，接收到的編碼包數量為 $n_r=k h_r$ ，則稱該噴泉碼的包長為 $L$ ，碼率為 $r_{FC}$ ，接收包比例為 $h_r$ 。

根據定義，顯然有 $1/r_{FC} \geq h_r$ 、 $h_r \in [0, +\infty)$ 、 $h_r \in [0, +\infty)$ 。另外， $h_r$ 與解碼失敗率有直接關係， $h_r$ 越大，失敗概率越小。

由於噴泉碼以包為單位，為了簡化起見，我們假設通道編碼採用分組碼，並且分組長度等於噴泉碼包長。這樣噴泉碼解碼器的輸入誤包率就是通道編碼解碼器的輸出誤包率，省去了中間的換算關係。

首先討論引入非系統噴泉碼作為外碼的情形。

定理1：若級聯方案採用碼長為 $L$ 的通道編碼 $C$ 為內碼，以碼長為 $k$ ，碼率為 $r_{FC}$ ，包長為 $L$ 的非系統噴泉編碼 $C_{FC}$ 為外碼，則該方案比傳統方案有額外編碼增益的條件為：

$$p_{\text{fail}}(C_{FC}, \frac{1-p_s(C, E_b/N_0)}{r_{FC}}) < p_s(C, \frac{E_b/N_0}{r_{FC}}) \quad (1)$$

其中， $p_s(C, x)$ 表示編碼 $C$ 在 $E_b/N_0$ 為 $x$ 時的誤包率， $p_{\text{fail}}(C_{FC}, h_r)$ 表示噴泉碼 $C_{FC}$ 在接收包比例為 $h_r$ 時的解碼失敗率。

證明：本文所提的級聯方案比傳統方案有額外的編碼增益，等價於在相等的 $E_b/N_0$ 下，級聯方案的誤包率 $p_s^N$ 比傳統方案的誤包率 $p_s^T$ 低：

$$p_s^N < p_s^T \quad (2)$$

傳統方案中，資料包由通道解碼器輸出，其誤包率為 $E_b/N_0$ 的函數，即

$$p_s^T = p_s(C, E_b/N_0) \quad (3)$$

級聯方案中，通道解碼器輸出的錯包將由於校驗不通過而被丟棄。因此噴泉碼解碼器的接收包比例為

$$h_r = \frac{1-p_s(C, E_b/N_0)}{r_{FC}} \quad (4)$$

若解碼成功，則所有資料都被恢復；若解碼失敗，根據仿真，噴泉解碼器只能譯出很少的資料，可以近似認為原始資料全部丟失。由此算得級聯方案的輸出誤包率 $p_s^N$ 為：

$$\begin{aligned} p_s^N &= 1 - [0 \cdot p_{\text{fail}}(C_{FC}, h_r) \\ &\quad + 1 \cdot [1 - p_{\text{fail}}(C_{FC}, h_r)]] \\ &= p_{\text{fail}}(C_{FC}, h_r) \end{aligned} \quad (5)$$

將(3)、(4)、(5)式代入(2)式，並將噴泉碼自身引入的碼率折算到 $E_b/N_0$ 上，即得(1)式。

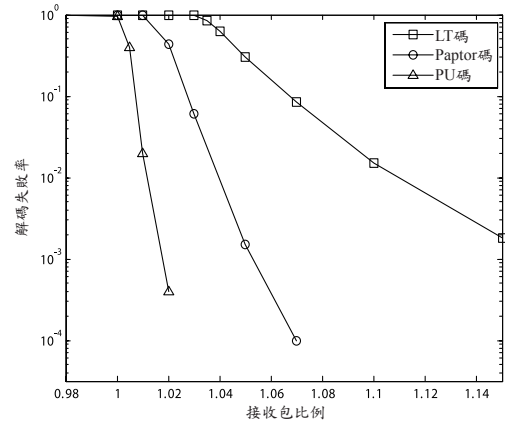
[證畢]

由定理1可見，引入非系統噴泉碼時，兩種方案的比較實際上是噴泉碼和通道編碼之間編碼性能的比較。

在通道編碼工作的典型 $E_b/N_0$ 下，有 $p_s(C, E_b/N_0) \ll 1$ ，因此(1)式可改寫為

$$p_{\text{fail}}(C_{FC}, h_r) < p_s(C, h_r \cdot E_b/N_0) \quad (6)$$

其中 $h_r = 1/r_{FC}$ 。



圖二 噴泉碼的解碼失敗率函數

圖二畫出了碼長10000的LT碼、Raptor碼以及RU碼的解碼失敗率函數。在圖中的碼率範圍內，這些噴泉碼的解碼失敗率均在 $10^{-4}$ 以上。而事實上，CCSDS建議的幾種LDPC碼在其正常工作的 $E_b/N_0$ 下都能達到 $10^{-4}$ 以下的誤包率，如果將噴泉碼的碼率折算進去，則誤包率會進一步降低，即：

$$p_{\text{fail}}(C_{FC}, h_r) > p_s(C, E_b/N_0) > p_s(C, h_r \cdot E_b/N_0) \quad (7)$$

因此(6)式不能得到滿足。另外，由於噴泉碼是一種基於稀疏圖的隨機編碼，也具有類似LDPC碼的誤碼平臺效應(err floor effect) [8]。從圖二可看出，隨著接收包比例的增加，各噴泉碼解碼失敗率的下降速度逐漸變緩，而相應的通道編碼還未到達誤碼平臺，因此隨著 $h_r$ 的增加， $p_{\text{fail}}(C_{FC}, h_r)$ 減小得比 $p_s(C, h_r \cdot E_b/N_0)$ 慢。由此可見，在通道編碼正常工作的 $E_b/N_0$ 區域，採用非系統噴泉碼的級聯方案無法獲得比傳統方更高的編碼增益。

下面我們考慮將系統噴泉碼作為外碼的情形。

定理2：若級聯方案採用碼長為 $L$ 的通道編碼 $C$ 為內碼，以碼長為 $k$ ，碼率為 $r_{FC}$ ，包長為 $L$ 的系統噴泉編碼 $C_{FC}$ 為外碼，則該方案比傳統方案有額外編碼增益的條件為：

$$p_{\text{fail}}(C_{FC}, \frac{1-p_s(C, E_b/N_0)}{r_{FC}}) p_s(C, E_b/N_0) < p_s(C, \frac{E_b/N_0}{r_{FC}}) \quad (8)$$

證明：與定理1的證明類似，區別僅在於對 $p_s^N$ 的計算有所不同。對於系統碼而言，前 $k$ 個處在系統位置上的編碼包就是資料包本身，因此在解碼失敗時，這 $k$ 個編碼包中未被刪除的包依然是可用的，因此級聯方案的誤包率為：

$$p_s^N = 1 - [(1 - p_s(C, E_b/N_0)) p_{\text{fail}}(C_{\text{FC}}, h_r) + 1 \cdot [1 - p_{\text{fail}}(C_{\text{FC}}, h_r)]] \quad (9)$$

$$= p_s(C, E_b/N_0) \cdot p_{\text{fail}}(C_{\text{FC}}, h_r)$$

將(3)、(4)、(9)式代入(2)式，並將噴泉碼引入的碼率折算到 $E_b/N_0$ 上，即得(8)式。

[證畢]

比較定理1和定理2可以發現，(9)式比(5)式多了一個遠小於1的因數 $p_s(C, E_b/N_0)$ ，故採用系統噴泉碼可獲得比非系統碼低得多的誤包率。因此，我們建議採用系統噴泉碼來實現本文所提的級聯方案。下一節討論具體的噴泉碼碼型及參數的選擇。

#### 4 噴泉碼碼型選擇

根據上一節的結論，我們將選擇範圍限定在系統噴泉碼內，後文提及某種具體噴泉碼時，如不作特別說明，均認為是指該碼型的系統碼形式。我們首先給出如下定理，並據此提出特徵斜率的概念，然後利用特徵斜率進行碼型和參數的選擇。

定理3：假設通道編碼工作在典型的 $E_b/N_0$ 下，即誤包率滿足 $p_s(C, E_b/N_0) \ll 1$ ，則本文所提級聯方案可以滿足定理2的條件，若採用的通道編碼和噴泉編碼滿足如下不等式，則：

$$\tilde{p}'_s(C, x) > \frac{\tilde{p}_{\text{fail}}(C_{\text{FC}}, 1/r_{\text{FC}})}{10 \log(1/r_{\text{FC}})} \quad (10)$$

其中， $\tilde{p}_{\text{fail}}(C_{\text{FC}}, 1/r_{\text{FC}}) = \log p_{\text{fail}}(C_{\text{FC}}, 1/r_{\text{FC}})$ ， $\tilde{p}_s(C, x) = \log p_s(C, x)$ ， $x$ 為dB制的 $E_b/N_0$ 。

證明：在 $p_s(C, E_b/N_0) \ll 1$ 時，(8)式可簡化為

$$p_{\text{fail}}(C_{\text{FC}}, \frac{1}{r_{\text{FC}}}) p_s(C, E_b/N_0) < p_s(C, \frac{E_b/N_0}{r_{\text{FC}}}) \quad (11)$$

若 $E_b/N_0$ 採用dB制，並用 $x$ 代替以簡化表達，不等式兩邊取常用對數並移項，則有

$$\log[p_{\text{fail}}(C_{\text{FC}}, \frac{1}{r_{\text{FC}}})] < \log p_s(C, x + \Delta) - \log p_s(C, x) \quad (12)$$

其中 $\Delta = -10 \log r_{\text{FC}}$ ， $x$ 為dB制的 $E_b/N_0$ 。由於碼率 $r_{\text{FC}} < 1$ ，因此 $\Delta > 0$ ，(12)式兩邊同除以 $\Delta$ ，並令，得

$$\frac{1}{\Delta} \log[p_{\text{fail}}(C_{\text{FC}}, \frac{1}{r_{\text{FC}}})] < \frac{1}{\Delta} [\tilde{p}_s(C, x + \Delta) - \tilde{p}_s(C, x)] \quad (13)$$

當碼率很高時， $\Delta$ 取值很小。如 $r_{\text{FC}} \in [0.95, 0.99]$ 時， $\Delta \in [0.04, 0.2]$ ，此時(13)式不等式右邊可近似認為是函數 $\tilde{p}_s(C, x)$ 在 $x$ 處的導數：

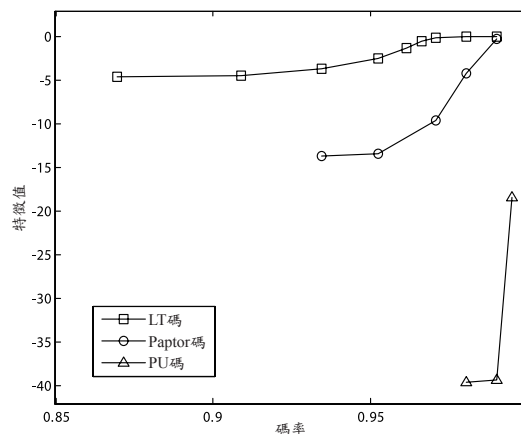
$$\tilde{p}'_s(C, x) = \frac{1}{\Delta} [\tilde{p}_s(C, x + \Delta) - \tilde{p}_s(C, x)] \quad (14)$$

將(14)式代入(13)式即得(10)式。

[證畢]

定理3的物理意思在於：在某個 $E_b/N_0$ 下，在傳統方案基礎上引入系統噴泉碼後能降低系統誤包率，但由於同時會帶來一定的碼率開銷，在編碼增益的意義上，等價於 $E_b/N_0$ 增加了 $\Delta$ (dB)，因此須與傳統方案在比該 $E_b/N_0$ 大 $\Delta$ 處的誤包率相比。顯然，如果通道編碼誤包率函數 $\tilde{p}_s(C, x)$ 在 $x$ 處的斜率絕對值足夠大，則噴泉碼由碼率降低帶來的增益損失將超過其降低誤包率帶來的額外編碼增益，從而級聯方案劣於傳統方案。反之，如果通道編碼性能不是很好，誤包率曲線比較「平」，則級聯方案就可能優於傳統方案。

我們將(10)式不等式右側項稱為噴泉碼 $C_{\text{FC}}$ 在碼率為 $r_{\text{FC}}$ 時的特徵斜率，簡記為 $\Psi(C_{\text{FC}}, r_{\text{FC}})$ 。於是，定理3實際上將兩種方案的比較轉化為通道編碼的對數誤包率曲線的斜率與噴泉碼在某碼率下的特徵斜率之間的比較。

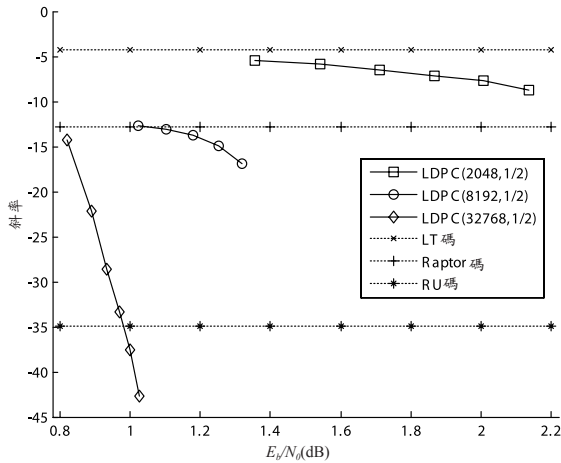


圖三 噴泉碼碼率與特徵斜率的關係

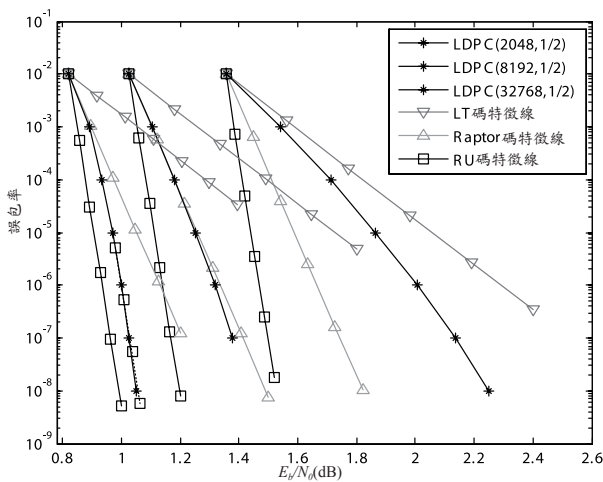
由特徵斜率的定義可知，它是碼率的函數。圖三給出了幾種噴泉碼碼率與特徵斜率間的關係。由圖可見，在碼率較高時，特徵斜率隨著碼率的降低而降低，為了使(10)式儘量成立，我們應選擇使特徵斜率最低的碼率。同時從圖三也可以看出，由於噴泉碼本身的誤碼平臺效應，當碼率低於某一數值時，特徵斜率的降低也趨於平緩。為了防止選取的碼率過低導致 $\Delta$ 變大，從而致使(14)式誤差變大，選取曲線拐點附近的碼率是一種較好的折衷方案。

圖四給出了利用特徵斜率進行噴泉碼碼型選擇的例子。通道編碼我們採用CCSDS建議的三種碼率為1/2的LDPC碼，噴泉編碼考慮LT碼、Raptor碼和RU碼這三種，碼率按上述原則分別設為0.91(1/1.1)、0.93(1/1.07)和0.98(1/1.02)。圖四用實線畫出了這三種LDPC碼的誤包率曲線的導數，虛線為三種噴泉碼的特徵斜率。由圖四可知，採用LT碼對於這三種不同碼長的LDPC碼都不滿足定理3的條件，採用Raptor碼僅可對LDPC(2048, 1/2)碼滿

足條件，採用RU碼可對所有這三種LDPC碼都能滿足條件，只是對於LDPC(32768, 1/2)碼，在 $E_b/N_0$ 大於0.98dB時不滿足條件。由此可見，RU碼的性能最好，是級聯方案外碼的最佳候選。



圖四 用噴泉碼特徵斜率進行碼型選取

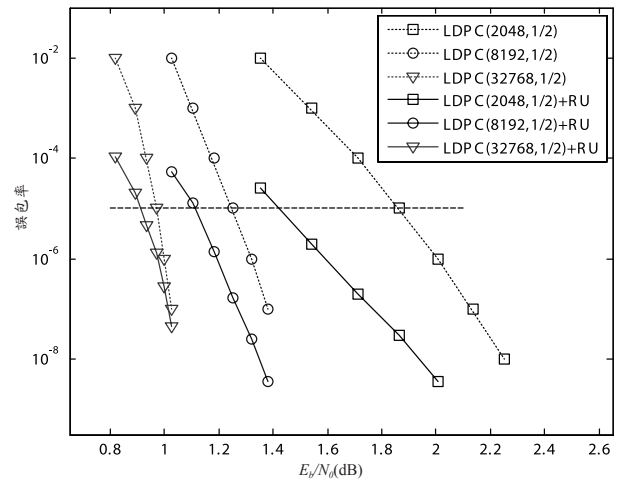


圖五 LDPC碼誤包率曲線與噴泉碼特徵線

噴泉碼碼型的優劣也可以用圖五的方式進行判斷。圖五將不同噴泉碼以「特徵線」的方式與通道編碼的誤包率曲線進行比較。特徵線是以噴泉碼特徵斜率為斜率的直線族，其具體位置沒有意義，只有斜率有意義。將不同噴泉碼的特徵線從各通道編碼正常工作區域的左端點向右畫出即可得到圖五。在誤包率曲線左側的特徵線的斜率通常比通道編碼誤包率曲線上的各點斜率都小，因此滿足定理3的條件，可以選用它們所對應的噴泉碼，而特徵線在誤包率曲線右側的噴泉碼則不宜選用。需要注意的是，圖中LDPC(32768, 1/2)碼的誤包率曲線斜率在 $E_b/N_0$ 大於0.98dB時小於左側RU碼特徵線的斜率，此時級聯RU碼也將無法帶來編碼增益，這與圖四的描述是一致的。事實上，圖五的方法實際上是將(10)式兩側積分後進行比較，因此結論與圖四的方法是相同的，只是省去了求誤包率曲線的導數，使用起來較為方便。

## 5 性能仿真

鑒於RU碼的優異性能，我們採用系統RU碼與CCSDS建議的幾種LDPC碼級聯，RU碼的度分佈等參數均根據文獻[11]進行設定。圖六給出了它們的性能。



圖六 級聯碼的誤包率性能

圖六中虛線為誤包率為 $10^{-5}$ 的位置，不難測出，對於碼長為2048、8192和32768的LDPC碼，級聯上RU碼後 $E_b/N_0$ 可分別獲得0.44、0.15和0.06dB的額外增益。這說明對於長碼長LDPC碼，由於其性能優異，採用級聯獲得的額外編碼增益有限，綜合考慮計算複雜度和性能，建議不採用級聯方案，而對於碼長較短，性能稍差的LDPC碼，用RU碼級聯可以獲得較大的編碼增益，建議採用級聯方案。

## 6 結論

本文從深空通信的需求入手，提出了一種在現有編碼系統的基礎上引入噴泉編碼的新型級聯碼結構。通過對引入非系統和系統噴泉碼的編碼方案獲得編碼增益的條件的分析，給出了兩條定理，說明採用系統噴泉碼級聯較為合適。隨後從定理出發，給出了在給定通道編碼的基礎上選配噴泉編碼的準則和方法。通過對現有各種噴泉碼特性的分析，建議採用系統RU噴泉碼作為編碼系統的外碼。仿真表明，採用CCSDS建議的1/2碼率LDPC碼與系統RU噴泉碼相級聯，可比純LDPC編碼方案提高0.06~0.44dB的編碼增益。

## 致謝

本研究受到國家重點基礎研究發展規劃(973)專案(2007CB310600)和國家自然科學基金(60532070)的支持，特此致謝。



## 參考文獻

- [1] 薑昌, 深空通信、跟蹤的根本問題, 國際解決現狀和我國對策, 飛行器測控學報, 2000, Vol. 19, No. 3, pp.23-29。
- [2] Akyildiz I. F., Akan O. B., and Chen C., et al., "The State of the Art in Interplanetary Internet," IEEE Communications Magazine, Vol. 42, No.7, 2004, p.108.
- [3] 李平、張紀生, NASA深空網(DSN)的現狀及發展趨勢, 飛行器測控學報, 2003。
- [4] CCSDS 131.1-O-2, "Low Density Parity Check Codes for Use in Near-earth and Deep Space, Research and Development for Space Data System Standards," Orange Book, Issue 2, Washington DC: CCSDS, 2007.
- [5] 王新梅、肖國鎮, 糾錯碼: 原理與方法, 西安電子科技大學出版社, 1991。
- [6] Byers J. W., Luby M., and Mitzenmacher M., et al., "A Digital Fountain Approach To Reliable Distribution of Bulk Data," Proc ACM SIGCOMM'98, 1998, pp.56-67.
- [7] Byers J. W., Luby M., and Mitzenmacher M., "A Digital Fountain Approach to Asynchronous Reliable Multicast," IEEE JSAC, Vol. 20, No. 8, 2002, pp.1528-1540.
- [8] MacKay D. J. C., "Fountain Codes," IEE Proc-Commun, Vol. 152, No. 6, 2005, pp.1062-1068.
- [9] Luby M., "LT Codes," Proc 43rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, 2002, pp.271-282.
- [10] Shokrollahi A., "Raptor Codes," Proc International Symposium on Information Theory, 2004, p.36.
- [11] Madge O. G. H., MacKay D. J. C., "Efficient Fountain Codes for Medium Blocklengths," [www.inference.phy.cam.ac.uk/oghm2/files/fountain-draft.pdf](http://www.inference.phy.cam.ac.uk/oghm2/files/fountain-draft.pdf)
- [12] Harrelson C., Ip L., and Wang W., "Limited Randomness LT Codes," Proc 41st Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, 2003.
- [13] Rahnavard N., Vellambi B. N., and Fekri F., et al., "Rateless Codes with Unequal Error Protection Property," IEEE Trans. on Information Theory, Vol. 53, No. 4, 2007, pp.1521-1532.

## 作者簡歷



朱宏傑 (Hong-Jie Zhu), 2002年於南京東南大學無線電工程系獲得學士學位, 目前為北京清華大學電子工程系博士研究生。主要研究領域包括通道編碼、多媒體廣播及深空通信等。



裴玉奎 (Yu-Kui Pei), 分別於2002年和2008年獲得北京清華大學電子工程系學士學位和博士學位。目前為該系助理研究員。研究領域包括無線通信、衛星通信和協作通信, 目前偏重無線通信中的差錯控制編碼和信號檢測。



陸建華 (Jian-Hua Lu), 分別於1986年和1989年獲得北京清華大學電子工程系學士學位和碩士學位, 並於香港科技大學電工電子系獲博士學位。目前為北京清華大學電子工程系教授、博士生導師、學術委員會副主任。研究方向包括寬頻無線通信、多媒體信號處理、衛星通信及無線網路等。