

以微觀力學模式探討混凝土材料之彈性模數

趙紹錚¹ 林昭斌²

1. 國立宜蘭技術學院土木工程系副教授
2. 國立中央大學土木工程學系研究生

摘要

混凝土為非均質之複合材料，其彈性行為是一個值得研究之課題。由本校（國立宜蘭技術學院）土木材料實驗室所執行混凝土抗壓試驗的數據結果發現，對於各種不同強度之混凝土材料，其實際量測所得之彈性模數值，不僅低於各種理論方法之預測值，甚至往往亦比現今常用經驗式之預測值為低，因此混凝土材料之彈性模數須要進一步之驗證及研究。混凝土材料乃為由水泥糊體將不同性質之粗細骨材，膠結而成之複合材料。當混凝土材料受到力量的作用時，水泥糊體及骨材將共同分擔此力量。因此，相對應之變形量便應該與骨材之空間幾何排列及骨材相互接觸區間之行為有關。所以，建立一個新的模式來探討混凝土材料之彈性模數時，顆粒微觀力學理論乃是合宜之工具。本研究所提出之微觀力學模式，與傳統連體力學方法之不同，在於本微觀力學模式將混凝土材料中之骨材視為獨立之顆粒，而由黏結材料給予膠結之。基於應用微觀力學理論於混凝土材料之考量，本研究將混凝土材料之微觀結構簡化分為兩相：黏結材料及骨材顆粒。本研究首先將對混凝土材料之配比設計方法進行整理歸納，對各種不同強度之混凝土進行有系統之足量試驗，以獲得可靠具代表性之實測結果。混凝土材料配比設計之整理歸納結果，亦為本研究所提出之微觀力學模式中參數決定時之依據。本研究所提出之微觀力學模式，將可考慮混凝土之組成材料的性質、骨材之空間幾何排列、骨材之平均配位數等資訊，以對混凝土材料之彈性模數作出正確的預測。本微觀力學模式，將可應用於預測混凝土材料應力-應變關係及相關顆粒黏結材料之後續研究。

關鍵詞：混凝土、微觀力學、彈性模數、複合材料

Micromechanical Model for Elastic Moduli of Concrete

Sao-Jeng Chao¹ Jau-Bin Lin²

1. Associate Professor, Department of Civil Engineering, National I-Lan Institute of Technology

2. Graduate Student, Department of Civil Engineering, National Central University

Abstract

Concrete is a composite material made of different constituents. Elastic modulus of concrete is one of the desirable properties to predict. According to the experimental results of the concrete compression tests conducted at the civil engineering material laboratory of National I-Lan Institute of Technology (NIIT), the measured elastic moduli of the concrete with different compressive strength are lower than the predicted results from the theoretical methods. Furthermore, the measured results are also lower than the predicted results from the well-known empirical methods. Concrete consists of cement paste and aggregate particles. When the concrete material is loaded, both cement paste and aggregates share the load. Therefore, the corresponding deformation of concrete takes the packing structure as well as the inter-particle contacts of aggregates into consideration. As a result, the micromechanical consideration is suitable for developing a new model for predicting the elastic modulus of concrete. Compared with the conventional continuum mechanical approach, the proposed model treats the aggregates as discrete particles bound by cementation material. According to the requirement of the proposed micromechanical model for elastic modulus of concrete, this study treats concrete as a simplified heterogeneous material composed of two phases only: binder and particle. This study will review concrete mixed design in order to perform a series of experimental tests for the concrete with different compressive strength and to obtain the representative and reliable measured elastic moduli. The parameters for the proposed model will be determined by the conclusion of reviewing concrete mixed design. The proposed micromechanical model considers the properties of the constituents, the geometry of aggregates, and the coordination number. Therefore, the proposed model is capable to predict the reasonable elastic modulus of concrete. The proposed model can be applied to predict the stress-strain relation of concrete as well as be used for further study of cemented materials.

Keywords: Concrete, Micromechanical model, Elastic modulus, Composite material

一、緣由與目的

混凝土為一種在微觀層面上非常複雜之非均質材料，圖 1 所示為硬化混凝土之剖面圖[1]。由本校(國立宜蘭技術學院)土木材料實驗室所執行之混凝土抗壓試驗的結果中發現，各種不同強度混凝土材料之彈性模數，不僅低於現今可用理論方法之預測值，甚至往往亦比常用經驗式之預測值為低。近年來，微觀力學應用於顆粒材料方面之研究，已有相當之進展[2,3]。因此，本研究以微觀力學理論為基礎，提出一個能合理預測混凝土材料之彈性行為的模式，用以探討不同配比之混凝土的應力-應變關係，做為土木工程師設計混凝土結構時，預測混凝土材料彈性模數所需之工具。

混凝土材料彈性模數的預測，各國皆已有其經驗公式供為設計之用。例如美國混凝土學會(ACI)依據混凝土材料的應力-應變關係圖，認為混凝土材料之彈性模數與其抗壓強度有正比的關係存在，ACI 318 便提出如下之簡化預測公式[4]：

$$E_c = A\sqrt{f'_c} \quad (1)$$

式中之彈性模數與抗壓強度之單位採用 MPa 時，係數 A 為 5055。

將混凝土材料簡化分為水泥砂漿及粗骨材兩種組成材料，利用複合材料原理，分別假設受力材料形成等應變場(Isostrain condition)及等應力場(Isostress condition)之理想假設，可解出混凝土材料彈性模數之上限解(Voigt assumption)及下限解(Reuss assumption)。

於等應變場之理想假設下，混凝土材料之彈性模數可以下式求得：

$$E_c = V_m E_m + V_a E_a \quad (2)$$

式中 V_m 及 V_a 分別為水泥砂漿及粗骨材之體積百分比， E_m 及 E_a 分別為水泥砂漿及粗骨材之彈性模數。

至於等應力場之理想假設下，混凝土材料之彈性模數可以下式求得：

$$\frac{1}{E_c} = \frac{V_m}{E_m} + \frac{V_a}{E_a} \quad (3)$$

近來非均質材料之彈性模數預測，亦已利用複合材料理論為架構，建立出一套整體表現均質化理論(Homogenization theories)。均質化理論之發展，起自於研究基材內含異質物之系統(Matrix-inclusion system)，其假設為低濃度之狀態[5]，而後發展為變分方法[6]及諧和方法[7]等。若加入微觀結構之考量，以求得各組成材料之應變，非均質材料之性質可以張量分配法理論求得[8]。

然而，利用以上各種方法所求得之彈性模數預測值，往往高於混凝土材料試驗所得到之實際彈性模數值。混凝土材料之彈性模數接近於下限解，甚且於本校土木材料實驗室所執行之混凝土抗壓試驗，觀察到有低於下限解之試驗結果。混凝土材料彈性模數之這種試驗結果，Alexander 也曾發表文章提出過[9]。

因此，本研究基於微觀力學角度，推導出適用於混凝土材料彈性行為之理論預測模式。本研究所發展之微觀力學模式，與傳統連體力學方法之不同之處，乃為本微觀力學模式視混凝土材料中之骨材為獨立之顆粒，而由水泥黏結材料給予膠結之。此微觀力學模式，除了考慮混凝土之組成材料的性質、骨材之空間幾何排列、骨材之平均配位數等資訊外，並考慮了混凝土受力時，骨材相互接觸區間之行為，以對混凝土材料之彈性模數作出合理的預測。本微觀力學模式可用於預測混凝土材料應力-應變關係，並可廣泛應用於顆粒黏結材料之相關研究。

二、微觀力學模式建立

基於混凝土材料乃為無數骨材顆粒組合之覺察，本研究將混凝土材料視為一套顆粒系統，並由其間之黏結材料來給予連結。混凝土材料之二度空間簡化結構示意圖，見於圖 2。本研究將依諧和假設(Kinematic hypothesis)來描述混凝土材料之顆粒系統內之相互接觸行為。也就是說，混凝土可視為顆粒材料，被彈簧所模擬之黏結材料來給予連結。依此諧和假設，在彈性情況下，混凝土材料的應力-應變關係可推導出直接表達式(Closed-form solution)。本研究所發展出之微觀力學模式之預測值，將與混凝土抗壓試驗結果比較評估之。

2.1 系統之應力及應變

當我們將混凝土材料視為由黏結材料來連結骨材顆粒之系統時，各骨材顆粒範圍之局部應力可以顆粒間之接觸力給予定義[3]

$$\Delta\sigma_{ij}^n = \frac{1}{V^n} \sum_m r_i^{nm} \Delta f_j^{nm} \quad (4)$$

即骨材顆粒 n 範圍內之局部應力，可以其接觸力(Δf_j^{nm})與骨材顆粒中心至接觸點之位置向量(r_i^{nm})的乘積，除此骨材顆粒範圍之體積來表示。

有了骨材顆粒之局部應力之定義，整個混凝土材料之平均應力，則可由各骨材顆粒之局部應力之體

積平均來表示。

$$\Delta\sigma_{ij} = \frac{1}{V} \sum_n V^n \Delta\sigma_{ij}^n = \frac{1}{V} \sum_n \sum_m r_i^{nm} \Delta f_j^{nm} \quad (5)$$

亦即此顆粒系統內之平均應力，可以由骨材顆粒之接觸力及接觸位置向量之乘積來表示。若定義一個位置連接向量 $L_i^{nm} = r_i^{nm} - r_i^{mm}$ ，則上式成為

$$\Delta\sigma_{ij} = \frac{1}{V} \sum_c L_i^c \Delta f_j^c \quad (6)$$

不同於對混凝土材料應力之定義方式，混凝土材料應變之定義則直接考量骨材顆粒之位移及旋轉。局部應變可以兩骨材顆粒間之相對位置位移量及此兩骨材顆粒之平均旋轉量表達：

$$\Delta\varepsilon_{ij}^c = \Delta u_{j,i}^c - e_{ijk} \Delta\omega_k^c \quad (7)$$

依此局部應變之定義，兩骨材顆粒之相對變形量可直接由局部應變，與其位置連接向量之乘積來表示，如下所示：

$$\Delta\delta_j^c = \Delta\varepsilon_{ij}^c L_i^c \quad (8)$$

同時，整個混凝土系統之平均應變，亦可由各骨材顆粒之局部應變之體積平均來表示

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \Delta u_{j,i} - e_{ijk} \Delta\omega_k \quad (9)$$

上式與式(7)相似，但式中之相對位置位移量及平均旋轉量皆以整個混凝土系統體積平均值來表示。若將整個混凝土系統視為均勻之應變場，即假設混凝土受力時，變位場成線性變化，則可採用諧和假設來進行後續推導。式(8)中兩骨材顆粒之相對變形量，便可由平均應變與其位置連接向量之乘積來表示，如下所示：

$$\Delta\delta_j^c = \Delta\varepsilon_{ij} L_i^c \quad (10)$$

2.2 應力-應變關係式

分別完成了混凝土材料應力及應變之定義後，可將其應力-應變關係以勁度張量(C_{ijkl})表達如下：

$$\Delta\sigma_{ij} = C_{ijkl} \Delta\varepsilon_{kl} \quad (11)$$

此時可將兩骨材顆粒之相對變形量與其接觸力之關係，視為彈簧模式來進行模擬，如下式：

$$\Delta f_i^{nm} = K_{ij}^{nm} \Delta\delta_j^{nm} \quad (12)$$

利用式(6)、式(12)和式(10)，可直接由骨材顆粒間之相互關係，得到式(11)中，混凝土材料應力-應變關係之勁度張量表達式

$$C_{ijkl} = \frac{1}{V} \sum_c L_i^c K_{jl}^c L_k^c \quad (13)$$

本微觀力學模式推導之下一步的工作，即為將骨材顆粒之空間幾何排列納入考量。Chang et al. [3] 曾提出顆粒材料之微觀排列結構，可由一個代表各顆粒相互接觸方向分佈之結構張量(Fabric tensor)，來予以描述，進而推導出顆粒接觸點之分佈函數(Distribution function)。將此推導出之分佈函數代入式(13)中，經過積分計算，即可推導出顆粒材料的應力-應變關係之直接表達式。

若考慮混凝土內之骨材處於完全之隨意分佈，亦即等向性(Isotropy)，且骨材顆粒之尺寸相同時，所推導出之勁度常數表達式，可簡化至相當之型式。此時將各勁度常數對應至彈性力學中習用之彈性模數、剪力模數、及波生比等參數，可得表達式如下：

$$E = \frac{4}{3} K_n R^2 \frac{N}{V} \left(\frac{2+3\alpha}{4+\alpha} \right); G = \frac{2}{15} K_n R^2 \frac{N}{V} (2+3\alpha); \nu = \frac{1-\alpha}{4+\alpha} \quad (14)$$

式中， K_n 為接觸點之正向勁度， R 為骨材顆粒半徑， N 為混凝土材料內之骨材顆粒接觸點之總數， V 為總體積， $\alpha = K_s / K_n$ ，而 K_s 為接觸點之剪向勁度。

2.3 顆粒接觸點之行為

當兩骨材顆粒有了相對位移後，骨材相互接觸區間所對應之力量，於線性關係範圍內可以用如下二式表達：

$$f_n = K_n \delta_n; f_s = K_s \delta_s \quad (15)$$

骨材相互接觸區間之彈性行為探究，可依據 Zhu et al. [10] 所提出之研究結果來進行。Zhu et al. 所發表之論文中，已推導出兩個相同尺寸之彈性球體，經由另一彈性黏結層，將其結成一體之相互關係的理論解。圖 3 為此兩個彈性球體系統及其間黏結層之示意圖。圖中所示骨材顆粒之半徑為 R ，其波生比以 ν_p 表示， G_p 為其剪力模數， D_p 為其束制模數(Constraint modulus)。彈性黏結層之波生比以 ν_b 表示， G_b 為其剪力模數， D_b 為其束制模數。

在此可採用由 Zhu et al.所提出之理論解，兩骨材顆粒及其間黏結材料之正向勁度及剪向勁度之表達式如下：

$$K_n = D_p \frac{\pi a X}{2 \left(\frac{h_0}{a} \right) \left(\frac{D_p}{D_b} \right) + (1 - \nu_p^2) \pi X} \quad (16)$$

$$K_s = G_p \frac{4 \pi a X}{8 \left(\frac{h_0}{a} \right) \left(\frac{G_p}{G_b} \right) + (2 - \nu_p) \pi X} \quad (17)$$

式中 $X = \frac{\ln(1 + \kappa)}{\kappa}$ 且 $\kappa = \frac{a^2}{2Rh_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{R} \right)^2 \frac{R}{h_0}$ 。

2.4 勁度常數表達式

因在彈性力學之分析中，僅有二個勁度常數為完全獨立的，我們後續混凝土材料之討論，將僅列出彈性模數及剪力模數之表達式。由於混凝土材料於微觀力學模式中，被模擬為獨立之骨材顆粒及顆粒間之黏結材料來給予連結。因此可將式(14)中之半徑 R ，以圖 3 所示之顆粒半徑加上黏結層之一半厚度 $(R + h_o)$ 取代：

$$E = \frac{4}{3} K_n (R + h_o)^2 \frac{N}{V} \left(\frac{2 + 3\alpha}{4 + \alpha} \right) \quad (18)$$

$$G = \frac{2}{15} K_n (R + h_o)^2 \frac{N}{V} (2 + 3\alpha) \quad (19)$$

骨材顆粒配位數 \bar{n} 之定義為每顆骨材顆粒之相鄰骨材顆粒數目，亦即骨材顆粒接觸點之數目，可以下式表示之：

$$\bar{n} = \frac{2N}{N_p} \quad (20)$$

式中 N_p 為混凝土材料中骨材顆粒之數目。骨材顆粒所占的體積 V_p 為

$$V_p = \frac{4}{3} \pi R^3 N_p \quad (21)$$

混凝土材料之總體積 $V = V_p + V_b$ ，式中 V_b 為黏結材料之體積。若黏結材料體積百分率以 β 來表示，則混凝土材料之總體積可寫為

$$V = \frac{V_p}{1 - \beta} \quad (22)$$

結合式(20)、(21)及(22)，我們可得

$$\frac{N}{V} = \frac{3 \bar{n} (1 - \beta)}{8 \pi R^3} \quad (23)$$

此時，將上式代入式(18)及式(19)，彈性模數及剪力模數之表達式成為

$$E = \frac{\bar{n} (1 - \beta) (R + h_o)^2}{2 \pi R^3} K_n \left(\frac{2 + 3\alpha}{4 + \alpha} \right) \quad (24)$$

$$G = \frac{\bar{n} (1 - \beta) (R + h_o)^2}{20 \pi R^3} K_n (2 + 3\alpha) \quad (25)$$

最後，把兩骨材顆粒及其間黏結材料之正向勁度及剪向勁度之表達式，即式(16)及式(17)，代入如上兩個表達式，可以得到本微觀力學模式所推導之混凝土材料之彈性模數及剪力模數表達式如下[11]：

$$E = 2 \pi D_p \left(\frac{a}{R} \right) \left(1 + \frac{h_0}{R} \right)^2 \left(\frac{\bar{n} (1 - \beta)}{4 \pi} \right) \left(\frac{2 + 3\alpha}{4 + \alpha} \right) \frac{X}{2 \left(\frac{h_0}{a} \right) \left(\frac{D_p}{D_b} \right) + (1 - \nu_p^2) \pi X} \quad (26)$$

$$G = \left(\frac{G_p}{2} \right) \left(\frac{8 \pi}{5} \right) \left(\frac{a}{R} \right) \left(1 + \frac{h_0}{R} \right)^2 \left(\frac{\bar{n} (1 - \beta)}{4 \pi} \right) \frac{\left(\frac{2}{\alpha} + 3 \right) X}{8 \left(\frac{h_0}{a} \right) \left(\frac{G_p}{G_b} \right) + (2 - \nu_p) \pi X} \quad (27)$$

三、試驗設計及實測結果

為能對混凝土材料之力學性質有更深入之瞭解，並獲得可靠具代表性之試驗結果數據，本研究對混凝土材料之配比設計進行整理歸納，有系統地對各種不同強度混凝土進行足量之試驗。本節首先歸納在各種不同水灰比情況下，所得到混凝土之抗壓強度結果；其次，再深入探討不同抗壓強度混凝土之彈性模數，以做為本研究提微觀力學模式驗證之依據。

3.1 配比設計

本研究採用台泥品牌之卜特蘭普通水泥，性質符合 CNS 61 第一型水泥之要求。細骨材係採用宜蘭蘭陽溪之天然河砂，而粗骨材係採用花蓮大漢溪所產之碎石，以上材料均經過清洗、烘乾等程序，然後進行比重、吸水率、單位重、過篩分析等試驗，以作為配比設計之基本資料，詳見表 1 及表 2。

本研究配比設計係依據 ACI 之配比方法為設計原則，簡要說明配比方法如下：

1. 決定水灰比 (W/C)
本研究之混凝土為一般混凝土，並未添加任何摻劑。水灰比之決定，係考慮對應於混凝土之抗壓強度範圍為 120 kg/cm^2 ~ 390 kg/cm^2 ，故決定採用 0.44 ~ 0.86 之範圍，並在此一範圍內設計 15 組抗壓試體，每組製作 30 個 $10\text{cm} \times 20 \text{ cm}$ 的圓柱抗壓試體。
2. 決定設計坍度
混凝土配比設計時坍度按構件部位、施工條件及施工機具決定之，本研究採用常定之 12.5 cm。
3. 選擇粗骨材之最大標稱粒徑
經試驗室粗骨材基本性質試驗結果得知粗骨材之最大粒徑為 25.4mm。
4. 估計拌和水量和含氣量
拌合用水量受水泥種類、粗骨材最大粒徑、坍度及氣溫之影響，應試拌決定之，或查由 ACI 所建議之經驗表圖，得出可能之用水量與含氣量。

5. 計算水泥用量
將第 4 步驟所得之單位體積用水量，除以第 1 步驟所預定採用的水灰比，即得單位體積水泥用量

$$W_c = W_w / (w/c) \quad (28)$$

6. 計算粗骨材用量
粗骨材的用量，係依粗骨材之最大粒徑及細骨材之細度模數來估計，可由查表得出混凝土單位體積之粗骨材用量 (W_{ca})。
7. 計算細骨材用量 (絕對體積法)

空氣體積

$$V_{air} = A(\%) \times V_{tol} = A(\%) \quad (29)$$

水的體積

$$V_w = \frac{W_w}{\gamma_w} \quad (30)$$

水泥的體積

$$V_c = \frac{W_c}{\gamma_c} \quad (31)$$

粗骨材的體積

$$V_{ca} = \frac{W_{ca}}{\gamma_{ca}} \quad (32)$$

總體積

$$V_{tol} = 1 = V_{air} + V_w + V_c + V_{ca} + V_{fa} \quad (33)$$

細骨材體積

$$V_{fa} = 1 - (V_{air} + V_w + V_c + V_{ca}) \quad (34)$$

細骨材用量

$$W_{fa} = V_{fa} \times \gamma_{fa} \quad (35)$$

8. 調整拌和水量
依照骨材之吸水率及表面含水率，分別調整骨材及拌和水之用量。骨材之含水狀況以飽和面乾為一較易控制之狀況，故拌和時應以此狀況為準。粗、細骨材表面水亦應視為拌和用水之一部分，故應測定其含量，而從拌和用水中扣除，通常骨材表面含水量係於拌和之前才測定調整。
9. 試拌調整

3.2 硬固混凝土性質試驗

依據 CNS 1230 之規定，製作 10cm×20cm 混凝土圓柱試體，養護於飽和石灰水中，再以 200 噸抗壓試驗機對 28 天齡期試體，測定其抗壓強度，並同時利用應變計量測混凝土抗壓試體在彈性範圍內（即 0.4 f_c' ）的縱向及橫向應變。本研究採用水灰比之範圍為 0.44 ~ 0.86，共製作 15 組不同水灰比的混凝土試體，每組有 30 個 10cm×20cm 圓柱抗壓試體。除了水灰比 0.77 之抗壓試驗結果僅達設計強度之 50%，故捨棄不予討論外，其餘 14 組試驗結果整理分析如下：

1. 水灰比為 0.86 之抗壓試驗結果

混凝土之水灰比 (w/c) 為 0.86 時，根據 ACI 配比建議，其相對應之目標設計強度 f_c' 為 120 kg/cm²。本研究 28 天抗壓強度之試驗結果圖 4(a) 所示，其平均值 (mean) 為 97.5 kg/cm²，相較於目標設計強度約低 18.8%，抗壓試驗結果之最小值為 63 kg/cm²，最大值為 125 kg/cm²，全距 (range) 為 62 kg/cm²，其標準差 (standard deviation) 為 15.83 kg/cm²，變異係數 (coefficient of variation) 為 0.16。若依據 ACI 之計算，當試體之抗壓強度為 97.5 kg/cm²，相對應之彈性模數為 148888 kg/cm²。依據圖 4(a) 之管制圖，採用 $f_c' \pm \sigma$ 範圍內之試體進行彈性模數的統計，由本試驗結果所得之彈性模數平均值為 105929 kg/cm²，相關之統計數據見表 3 所示。

2. 水灰比為 0.83 之抗壓試驗結果

混凝土之水灰比為 0.83 時，根據 ACI 配比建議，其相對應之目標設計強度 f_c' 為 135 kg/cm²。本研究 28 天抗壓強度之試驗結果圖 4(b) 所示，其平均值為 103.6 kg/cm²，相較於目標設計強度約低 23.3%，抗壓試驗結果之最小值為 77 kg/cm²，最大值為 133 kg/cm²，全距為 56 kg/cm²，其標準差為 15.12 kg/cm²，變異係數為 0.15。若依據 ACI 之計算，當試體之抗壓強度為 103.6 kg/cm²，相對應之彈性模數為 153468 kg/cm²。依據圖 4(b) 之管制圖，採用 $f_c' \pm \sigma$ 範圍內之試體進行彈性模數的統計，由本試驗結果所得之彈性模數平均值為 65287 kg/cm²，相關之統計數據見表 3 所示。

3. 水灰比為 0.80 之抗壓試驗結果

混凝土之水灰比為 0.80 時，根據 ACI 配比建議，其相對應之目標設計強度 f_c' 為 150 kg/cm²。本研究 28 天抗壓強度之試驗結果圖 4(c) 所示，其平均值為 112.1 kg/cm²，相較於目標設計強度約低 25.2%，抗壓試驗結果之最小值為 72 kg/cm²，最大值為 181 kg/cm²，全距為 72 kg/cm²，其標準差為 19.81 kg/cm²，變異係數為 0.18。若依據 ACI 之計算，當試體之抗壓強度為 112.1 kg/cm²，相對應之彈性模數為 159684 kg/cm²。依據圖 4(c) 之管制圖，採用 $f_c' \pm \sigma$ 範圍內之試體進行彈性模數的統計，由本試驗結果所得之彈性模數平均值為 101349 kg/cm²，相關之統計數據見表 3 所示。

4. 水灰比為 0.74 之抗壓試驗結果

混凝土之水灰比為 0.74 時，根據 ACI 配比建議，其相對應之目標設計強度 f_c' 為 180 kg/cm²。本研究 28 天抗壓強度之試驗結果圖 4(d) 所示，其平均值為 177.9 kg/cm²，相較於目標設計強度約低 1.2%，抗壓試驗結果之最小值為 128 kg/cm²，最大值為 267 kg/cm²，全距為 139 kg/cm²，其標準差為 36.40 kg/cm²，變異係數為 0.20。若依據 ACI 之計算，當試體之抗壓強度為 177.9 kg/cm²，相對應之彈性模數為 201119 kg/cm²。依據圖 4(d) 之管制圖，採用 $f_c' \pm \sigma$ 範圍內之試體進行彈性模數的統計，由本試驗結果所得之彈性模數平均值為 148996 kg/cm²，相關之統計數據見表 3 所示。

5. 水灰比為 0.71 之抗壓試驗結果

混凝土之水灰比為 0.71 時，根據 ACI 配比建議，其相對應之目標設計強度 f_c' 為 195 kg/cm²。本研究 28 天抗壓強度之試驗結果圖 4(e) 所示，其平均值為 179.9 kg/cm²，相較於目標設計強度約低 7.8%，抗壓試驗結果之最小值為 133 kg/cm²，最大值為 251 kg/cm²，全距為 118 kg/cm²，其標準差為 24.75 kg/cm²，變異係數為 0.14。若依據 ACI 之計算，當試體之抗壓強度為 179.9 kg/cm²，相對應之彈性模數為 202246 kg/cm²。依據圖 4(e) 之管制圖，採用 $f_c' \pm \sigma$ 範圍內之試體進行彈性模數的統計，由本試驗結果所得之彈性模數平均值為 139480 kg/cm²，相關之統計數據見表 3 所示。

6. 水灰比為 0.68 之抗壓試驗結果

混凝土之水灰比為 0.68 時，根據 ACI 配比建議，其相對應之目標設計強度 f_c' 為 213 kg/cm²。本研究 28 天抗壓強度之試驗結果圖 4(f) 所示，其平均值為 188.9 kg/cm²，相較於目標設計強度約低 11.3%，抗壓試驗結果之最小值為 144 kg/cm²，最大值為 242 kg/cm²，全距為 98 kg/cm²，其標準差為 23.39 kg/cm²，變異係數為 0.12。若依據 ACI 之計算，當試體之抗壓強度為 188.9 kg/cm²，相對應之彈性模數為 207244 kg/cm²。依據圖 4(f) 之管制圖，採用 $f_c' \pm \sigma$ 範圍內之試體進行彈性模數的統計，由本試驗結果所得之彈性模數平均值為 137030 kg/cm²，相關之統計數據見表 3 所示。

7. 水灰比為 0.65 之抗壓試驗結果

混凝土之水灰比為 0.65 時，根據 ACI 配比建議，其相對應之目標設計強度 f_c' 為 231 kg/cm²。本研

究 28 天抗壓強度之試驗結果圖 4(g)所示,其平均值為 219.1 kg/cm^2 ,相較於目標設計強度約低 5.2%,抗壓試驗結果之最小值為 160 kg/cm^2 ,最大值為 262 kg/cm^2 ,全距為 102 kg/cm^2 ,其標準差為 21.17 kg/cm^2 ,變異係數為 0.10。若依據 ACI 之計算,當試體之抗壓強度為 219.1 kg/cm^2 ,相對應之彈性模數為 223215 kg/cm^2 。依據圖 4(g)之管制圖,採用 $fc' \pm \sigma$ 範圍內之試體進行彈性模數的統計,由本試驗結果所得之彈性模數平均值為 186479 kg/cm^2 ,相關之統計數據見表 3 所示。

8. 水灰比為 0.62 之抗壓試驗結果

混凝土之水灰比為 0.62 時,根據 ACI 配比建議,其相對應之目標設計強度 fc' 為 250 kg/cm^2 。本研究 28 天抗壓強度之試驗結果圖 4(h)所示,其平均值為 265.7 kg/cm^2 ,相較於目標設計強度約高 6.3%,抗壓試驗結果之最小值為 196 kg/cm^2 ,最大值為 316 kg/cm^2 ,全距為 120 kg/cm^2 ,其標準差為 29.68 kg/cm^2 ,變異係數為 0.11。若依據 ACI 之計算,當試體之抗壓強度為 265.7 kg/cm^2 ,相對應之彈性模數為 245823 kg/cm^2 。依據圖 4(h)之管制圖,採用 $fc' \pm \sigma$ 範圍內之試體進行彈性模數的統計,由本試驗結果所得之彈性模數平均值為 182048 kg/cm^2 ,相關之統計數據見表 3 所示。

9. 水灰比為 0.59 之抗壓試驗結果

混凝土之水灰比為 0.59 時,根據 ACI 配比建議,其相對應之目標設計強度 fc' 為 271 kg/cm^2 。本研究 28 天抗壓強度之試驗結果圖 4(i)所示,其平均值為 252.5 kg/cm^2 ,相較於目標設計強度約低 6.8%,抗壓試驗結果之最小值為 167 kg/cm^2 ,最大值為 301 kg/cm^2 ,全距為 134 kg/cm^2 ,其標準差為 27.36 kg/cm^2 ,變異係數為 0.11。若依據 ACI 之計算,當試體之抗壓強度為 252.5 kg/cm^2 ,相對應之彈性模數為 239611 kg/cm^2 。依據圖 4(i)之管制圖,採用 $fc' \pm \sigma$ 範圍內之試體進行彈性模數的統計,由本試驗結果所得之彈性模數平均值為 200271 kg/cm^2 ,相關之統計數據見表 3 所示。

10. 水灰比為 0.56 之抗壓試驗結果

混凝土之水灰比為 0.56 時,根據 ACI 配比建議,其相對應之目標設計強度 fc' 為 293 kg/cm^2 。本研究 28 天抗壓強度之試驗結果圖 4(j)所示,其平均值為 241.5 kg/cm^2 ,相較於目標設計強度約低 17.6%,抗壓試驗結果之最小值為 212 kg/cm^2 ,最大值為 282 kg/cm^2 ,全距為 70 kg/cm^2 ,其標準差為 18.79 kg/cm^2 ,變異係數為 0.08。若依據 ACI 之計算,當試體之抗壓強度為 241.5 kg/cm^2 ,相對應之彈性模數為 234347 kg/cm^2 。依據圖 4(j)之管制圖,採用 $fc' \pm \sigma$ 範圍內之試體進行彈性模數的統計,由本試驗結果所得之彈性模數平均值為 184901 kg/cm^2 ,相關之統計數據見表 3 所示。

11. 水灰比為 0.53 之抗壓試驗結果

混凝土之水灰比為 0.53 時,根據 ACI 配比建議,其相對應之目標設計強度 fc' 為 314 kg/cm^2 。本研究 28 天抗壓強度之試驗結果圖 4(k)所示,其平均值為 307.8 kg/cm^2 ,相較於目標設計強度約低 2.0%,抗壓試驗結果之最小值為 216 kg/cm^2 ,最大值為 364 kg/cm^2 ,全距為 148 kg/cm^2 ,其標準差為 36.47 kg/cm^2 ,變異係數為 0.12。若依據 ACI 之計算,當試體之抗壓強度為 307.8 kg/cm^2 ,相對應之彈性模數為 264580 kg/cm^2 。依據圖 4(k)之管制圖,採用 $fc' \pm \sigma$ 範圍內之試體進行彈性模數的統計,由本試驗結果所得之彈性模數平均值為 233547 kg/cm^2 ,相關之統計數據見表 3 所示。

12. 水灰比為 0.50 之抗壓試驗結果

混凝土之水灰比為 0.50 時,根據 ACI 配比建議,其相對應之目標設計強度 fc' 為 336 kg/cm^2 。本研究 28 天抗壓強度之試驗結果圖 4(l)所示,其平均值為 314.0 kg/cm^2 ,相較於目標設計強度約低 6.6%,抗壓試驗結果之最小值為 241 kg/cm^2 ,最大值為 359 kg/cm^2 ,全距為 118 kg/cm^2 ,其標準差為 25.93 kg/cm^2 ,變異係數為 0.08。若依據 ACI 之計算,當試體之抗壓強度為 314.0 kg/cm^2 ,相對應之彈性模數為 267218 kg/cm^2 。依據圖 4(l)之管制圖,採用 $fc' \pm \sigma$ 範圍內之試體進行彈性模數的統計,由本試驗結果所得之彈性模數平均值為 237076 kg/cm^2 ,相關之統計數據見表 3 所示。

13. 水灰比為 0.47 之抗壓試驗結果

混凝土之水灰比為 0.47 時,根據 ACI 配比建議,其相對應之目標設計強度 fc' 為 360 kg/cm^2 。本研究 28 天抗壓強度之試驗結果圖 4(m)所示,其平均值為 336.4 kg/cm^2 ,相較於目標設計強度約低 6.6%,抗壓試驗結果之最小值為 236 kg/cm^2 ,最大值為 388 kg/cm^2 ,全距為 152 kg/cm^2 ,其標準差為 33.90 kg/cm^2 ,變異係數為 0.10。若依據 ACI 之計算,當試體之抗壓強度為 336.4 kg/cm^2 ,相對應之彈性模數為 276573 kg/cm^2 。依據圖 4(m)之管制圖,採用 $fc' \pm \sigma$ 範圍內之試體進行彈性模數的統計,由本試驗結果所得之彈性模數平均值為 242368 kg/cm^2 ,相關之統計數據見表 3 所示。

14. 水灰比為 0.44 之抗壓試驗結果

混凝土之水灰比為 0.44 時,根據 ACI 配比建議,其相對應之目標設計強度 fc' 為 390 kg/cm^2 。本研究 28 天抗壓強度之試驗結果圖 4(n)所示,其平均值為 344.9 kg/cm^2 ,相較於目標設計強度約低

11.6%，抗壓試驗結果之最小值為 287 kg/cm²，最大值為 393 kg/cm²，全距為 106 kg/cm²，其標準差為 27.09 kg/cm²，變異係數為 0.08。若依據 ACI 之計算，當試體之抗壓強度為 344.9 kg/cm²，相對應之彈性模數為 280058 kg/cm²。依據圖 4(n)之管制圖，採用 $f_c' \pm \sigma$ 範圍內之試體進行彈性模數的統計，由本試驗結果所得之彈性模數平均值為 250312 kg/cm²，相關之統計數據見表 3 所示。

本研究進行不同水灰比混凝土試體之抗壓試驗結果之總整理，請見圖 5。由圖 5 的結果得知，依據配比設計建議之水灰比，試驗所得之抗壓強度約為 ACI 配比目標設計強度的 90%。隨著混凝土抗壓強度的增加，試驗數據的分布範圍也逐漸增加，即表示隨著混凝土抗壓強度的增加，愈難控制其品質。由試驗數據可得在抗壓強度為 220 kg/cm² 以下的數據其試驗結果大多偏向試驗平均值的左側，而抗壓強度為 220 kg/cm² 以上的試驗結果則大多偏向平均值的右側。由本系列試驗所得之混凝土材料彈性模數，與抗壓強度之關係，見於圖 6。由圖 6 可知，不同抗壓強度混凝土試體之彈性模數值，則相當程度地低於 ACI 經驗式之預測值。依據本研究試驗結果所得之混凝土抗壓強度與彈性模數之關係，可得簡易線性關係式如下：

$$E = 670f_c' + 20000 \text{ (kg/cm}^2\text{)} \quad (36)$$

至於試驗中之波生比量測方式，乃為利用應變計，在彈性範圍內（即 0.4 f_c' 附近），同時量測混凝土抗壓試體的縱向應變及橫向應變。本研究於水灰比 0.74 ~ 0.44 之範圍，於每組試體中，各取一個試體進行波生比量測，所得之相關數據列於表 4。量測結果顯示，水灰比 0.74 ~ 0.44 混凝土之波生比往覆變化，範圍介於 0.14 ~ 0.29 之間，此結果與美國卜特蘭水泥協會（PCA）所建議之 0.15 ~ 0.25 相近[12]。若以最佳曲線分析所得數據，可發現波生比有隨水灰比增加而減小的趨勢，並可暫時選定為 0.2，但仍須後續之研究。

四、微觀模式驗證

4.1 微觀結構參數

欲使用微觀力學模式所推導出之彈性模數表達式，即式(26)及式(27)，來預測本研究進行之混凝土彈性模數值，可發現式中所需使用之微觀結構參數，計有： a/R 、 h_0/R 、 \bar{n} 及 β ，而此四個微觀結構參數並非完全各自獨立的。當我們假設混凝土中骨材顆粒處於均勻之分佈狀態下，在對顆粒接觸區域進行積分，並加入一些相關幾何關係之推導工作後，可得膠結材料體積分率 β 與其餘微觀結構參數 a/R 、 h_0/R 、 \bar{n} 之關係式如下：

$$\beta = \frac{\left[(2 + \kappa) \left(\frac{a}{R} \right)^2 \frac{h_0}{R} - \frac{1}{3} \kappa^3 \left(\frac{h_0}{R} \right)^3 \right] \bar{n}}{\left[(2 + \kappa) \left(\frac{a}{R} \right)^2 \frac{h_0}{R} - \frac{1}{3} \kappa^3 \left(\frac{h_0}{R} \right)^3 \right] \bar{n} + \frac{8}{3}} \quad (37)$$

於混凝土材料配比設計中，骨材顆粒之使用量，通常約為混凝土總體積之 70~80%，其餘部份則由水泥膠結材料及極少量之空隙所填充。因此，膠結材料體積分率 β 可由混凝土配比設計資料決定之。配位數 \bar{n} 在顆粒材料之研究領域中，亦已獲得相當之瞭解。於相同尺寸之顆粒堆積中，最疏鬆的結構為簡單立方堆積（simple cubic packing），其配位數 $\bar{n} = 6$ ；最緊密的結構如為面心立方堆積（face-centered cubic packing），其配位數 $\bar{n} = 12$ 。在本混凝土結構中，基於考量混凝土施工中之夯實過程，應可使骨材顆粒處於相當緊密之狀態，所以將選定配位數 $\bar{n} = 10$ 。於配位數 \bar{n} 決定後，便可利用圓球體之幾何公式，計算出兩顆粒接觸區域之面積，得到相對應之 a/R 數值。最後，將前述三個已決定之微觀結構參數之值，代入式(36)中，即可得到相對應之 h_0/R 數值。

4.2 模式預測結果與試驗數據比較

我們以本微觀力學模式推導出之彈性模數表達式，來預測前節中不同強度混凝土材料之彈性模數。為能觀察不同之組成材料性質對彈性模數之影響，以方便印證微觀力學模式之可靠性，此系列不同水灰比之混凝土配比設計，保持了混凝土中粗細骨材之體積百分比，成為一個固定之比值。配比設計習慣以重量計算，本研究製作之混凝土試體，將每 m³ 所使用之水泥量定為 300kg，細骨材之使用量為 600kg，及粗骨材之使用量為 1200kg。拌合水量則由目標設計抗壓強度所對應之水灰比求出，如此約可維持細骨材體積佔混凝土總體積之 25%，及粗骨材體積佔混凝土總體積之 50% 之安排。

骨材顆粒及水泥糊體之力學性質採用 Mindess and Young [13] 所著混凝土一書中之建議值。書中建議細骨材之彈性模數一般介於 60 GPa 至 100 GPa 之範圍，粗骨材之彈性模數則介於 70 GPa 至 140 GPa 之間；至於波生比之可能數值，則不論粗細骨材皆落於 0.2 至 0.3 之間。因此，於本研究微觀力學模式推導

出之彈性模數表達式中，將細骨材之彈性模數假設為 80 GPa，波生比為 0.25；而粗骨材部份，則假設其彈性模數為 100 GPa，波生比則同為 0.25。水灰比決定了水泥糊體之結構，對混凝土材料之力學性質影響極大。Mindess and Young 亦建議水泥糊體可能之彈性模數介於 7 GPa 至 28 GPa 之間，波生比則可設為 0.15。本研究中混凝土試體配比設計所採用之水灰比範圍介於 0.44 至 0.86 之間，我們則依據 Yang and Huang [14] 之水泥糊體試驗結果，設定水灰比為 0.44 之水泥糊體，其彈性模數為 15 GPa，漸變至水灰比為 0.86 之水泥糊體，其彈性模數為 10 GPa。至於波生比，則不論水泥糊體之水灰比為何，皆設定為 0.15。

在混凝土材料之配比設計過程中，對於兩種尺寸極端不同之骨材，即粗骨材及細骨材，分別來進行計量。然而，在微觀力學模式之推導過程中，曾假設所討論之骨材顆粒大小相同。因此，使用微觀力學模式推導之彈性模數表達式，來預測混凝土材料之彈性模數時，也必須以兩階段程序來進行。第一階段程序，將水泥糊體視為黏結材料，細骨材視為顆粒材料，進行水泥砂漿彈性模數值之預測。當得到了水泥砂漿之彈性模數後，便可將混凝土材料視為由水泥砂漿及粗骨材，所組成之複合材料。亦即第二階段程序，乃為將水泥砂漿視為黏結材料，粗骨材視為顆粒材料，來進行混凝土材料彈性模數值之預測。圖 7 及圖 8 分別為使用本微觀力學模式推導出之彈性模數表達式，所得到之水泥砂漿及混凝土材料之彈性模數預測值，圖中並同時提供上限解及下限解，以作為比較之用。由圖 7 及圖 8 可知，由微觀力學模式得到低於下限解之彈性模數預測值。

最後，將應用微觀力學模式所預測之混凝土材料彈性模數，與水灰比之相對關係，繪於圖 9 中。由圖 9 可知，採用微觀力學模式，得到水灰比介於 0.86 至 0.44 之混凝土，其彈性模數之範圍介於 16 GPa 至 24 GPa 間，與混凝土抗壓試驗之結果相符合。在此值得一提的是，本微觀力學模式所預測之混凝土材料彈性模數，在較低之水灰比時，與混凝土抗壓試驗之結果極為接近。

五、結論

本研究所進行之混凝土抗壓試驗結果，略低於依 ACI 配比設計方法建議水灰比所對應之目標設計強度，二者約有 10% 之差別，且隨著水灰比的降低試驗結果所分布的範圍愈廣。依據本研究之試驗結果，可提出本地適用之抗壓強度(以 kg/cm^2 表示時)與水灰比之線性關係式：

$$f_c' = 638.5 - 652.4 \times \frac{w}{c} \quad (38)$$

依據本研究所進行之混凝土試驗結果得知，ACI 依據抗壓強度所提出之簡化預測公式，其所預測之彈性模數值，高於本研究混凝土試驗所得之實際彈性模數值。若使用微觀力學模式所得之彈性模數表達式，其所預測之彈性模數值，與本研究混凝土試驗所得之實際彈性模數值相近，尤其在結構混凝土之強度範圍內，最為相符(見圖 10)。

依微觀力學模式所得之彈性模數表達式，除了考慮混凝土之組成材料的性質、骨材之空間幾何排列、骨材之平均配位數等資訊外，並考慮混凝土受力時，骨材相互接觸區間之行為，故可合理預測混凝土材料之彈性模數。此外，顆粒黏結材料，如固結砂、地瀝青混凝土等，亦可利用本微觀力學模式進行深入研究。

六、謝誌

本研究(NSC 89 - 2211 - E - 197 - 006)承蒙行政院國家科學委員會計畫經費補助，謹此誌謝。

七、參考文獻

1. Chao, S. J. (1999), "Method of Microstructure Characterization for Concrete", The Proceedings of the Fourth Asia-Pacific Conference on Computational Mechanics, Singapore, pp. 123-128.
2. Chang, C. S. and Liao, C. L. (1994), "Estimates of Elastic Modulus for Media of Randomly Packed Granules", Appl. Mech. Rev., Vol. 47, No. 2, Part 2, pp. 197-206.
3. Chang, C. S., Chao, S. J. and Chang, Y. (1995), "Estimates of Elastic Modulus for Granular Material with Anisotropic Random Packing Structure", Int. J. Solids Structures, Vol. 32, No. 14, pp. 1989-2008.
4. ACI Committee 318-95, Building Code Requirement Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318-75).
5. Eshelby, J. D. (1957), "The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion and Related Problems", Proc. R. Soc. London, A241, pp. 276-303.
6. Hashin, Z. and Shtrikman, S. (1963), "A Variational Approach to the Theory of the Elastic Behaviour of Multiphase Materials", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 11, pp. 127-140.
7. Hill, R. (1965), "A Self-Consistent Mechanics of Composite Materials", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 13, pp. 213-222.
8. Chao, S. J. and Chang, C. S. (1999), "Method of Distributive Tensor for Effective Moduli of Heterogeneous

- Materials”, The Proceedings of the 13th *ASCE* Engineering Mechanics Division Conference.
9. Alexander, M. G. (1996), “Aggregates and the Deformation Properties of Concrete”, *ACI Materials Journal*, Vol. 93, No. 6, pp. 569-577.
 10. Zhu, H., Chang, C. S. and Rish, J. W. (1996), “Normal and Tangential Compliance for Conforming Binder Contact I: Elastic Binder”, *Int. J. Solids. Structures*, Vol. 23, No. 29, pp. 4337-4349.
 11. Chao, S. J. (2001), “Micromechanical Model for Elastic Moduli of Concrete”, The Proceedings of the First Asian-Pacific Congress on Computational Mechanics, Sydney.
 12. Portland Cement Association, (1990), *Design and Control of Concrete Mixtures*, Thirteenth Edition.
 13. Mindess, S. and Young, J. F., (1981), *Concrete*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
 14. Yang, C. C. and Huang, R. (1998), “Effect of S/A Ratio on the Elastic Modulus of Cement-based Materials”, *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, Vol. 21, No. 3, pp. 357-364.

表 1 粗細骨材篩分析結果

粗骨材			細骨材		
篩號	CNS 要求 過篩百分比	過篩百分比	篩號	CNS 要求 過篩百分比	過篩百分比
1 1/2"	100	100	#4	95~100	100
1"	95~100	97	#8	80~100	86
1/2"	25~60	60	#16	50~85	55
#4	0~10	2	#30	25~60	30
#8	0~5	0	#50	10~30	13
底盤	-	0	#100	2~10	5

表 2 粗細骨材基本性質

物理性質	粗骨材	細骨材
比重 (SSD)	2.65	2.64
比重 (OD)	2.62	2.59
吸水率 (%)	1.3	1.8
最大粒徑 (mm)	25.4	4.75
細度模數	5.77	2.98
單位重 (kg/m ³)	1522	1720

表 3 混凝土抗壓試體之抗壓強度試驗結果

水灰比	0.86	0.83	0.80	0.74	0.71	0.68	0.65
目標設計強度(kg/cm ²)	120	135	150	180	195	213	231
平均強度(kg/cm ²)	97.5	103.6	112.1	177.9	179.9	188.9	219.1
標準差(kg/cm ²)	15.83	15.12	19.81	36.40	24.75	23.39	21.17
變異係數	0.16	0.15	0.18	0.20	0.14	0.12	0.10
最小值(kg/cm ²)	63	77	72	128	133	144	160
最大值(kg/cm ²)	125	133	181	267	251	242	262
全距(kg/cm ²)	62	56	109	139	118	98	102
彈性模數 (ACI) (kg/cm ²)	148888	153468	159684	201119	202246	207244	223215
彈性模數平均值(kg/cm ²)	105929	65287	101349	148996	139480	137030	186479
水灰比	0.62	0.59	0.56	0.53	0.50	0.47	0.44
目標設計強度(kg/cm ²)	250	271	293	314	336	360	390
平均強度(kg/cm ²)	265.7	252.5	241.5	307.8	314.0	336.4	344.9
標準差(kg/cm ²)	29.68	27.36	18.79	36.47	25.93	33.90	27.09
變異係數	0.11	0.11	0.08	0.12	0.08	0.10	0.08
最小值(kg/cm ²)	196	167	212	216	241	236	287
最大值(kg/cm ²)	316	301	282	364	359	388	393
全距(kg/cm ²)	120	134	70	148	118	152	106
彈性模數 (ACI) (kg/cm ²)	245823	239611	234347	264580	267218	276573	280058
彈性模數平均值(kg/cm ²)	182048	200271	184901	233547	237076	242368	250312

表 4 混凝土抗壓試體之波生比試驗結果

水灰比	橫向應變	縱向應變	波生比
0.74	0.000136	-0.000558	0.24
0.71	0.000086	-0.000475	0.18
0.68	NA	NA	NA
0.65	0.000196	-0.001128	0.17
0.62	0.000093	-0.000660	0.14
0.59	0.000255	-0.000886	0.29
0.56	0.000117	-0.000862	0.14
0.53	0.000048	-0.000265	0.18
0.50	0.000100	-0.000613	0.16
0.47	NA	NA	NA
0.44	0.000121	-0.000426	0.28



圖 1 混凝土剖面圖

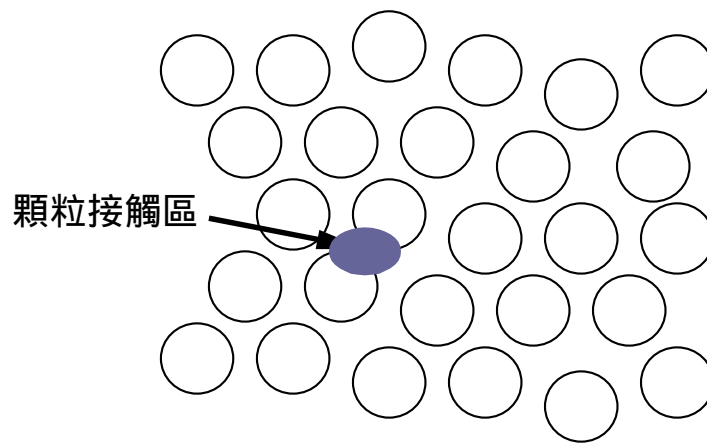


圖 2 混凝土材料之二度空間簡化結構示意圖

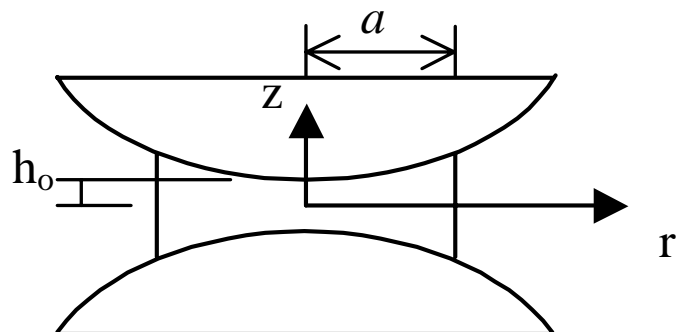
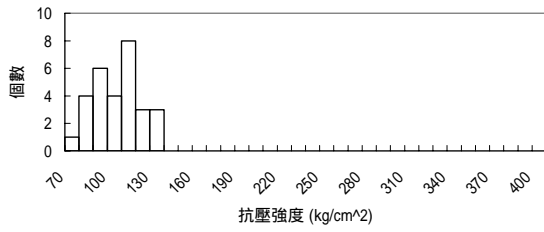
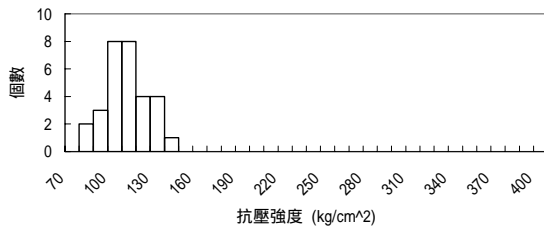
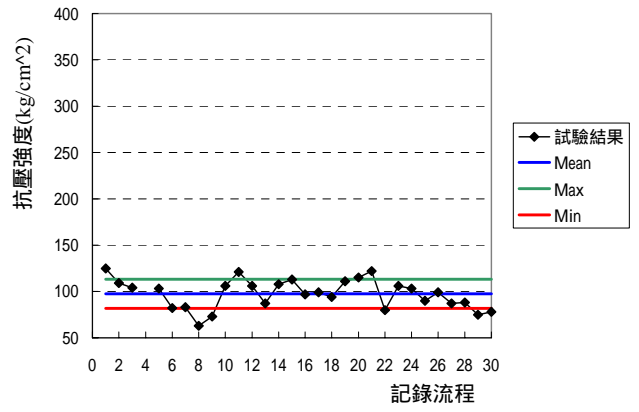


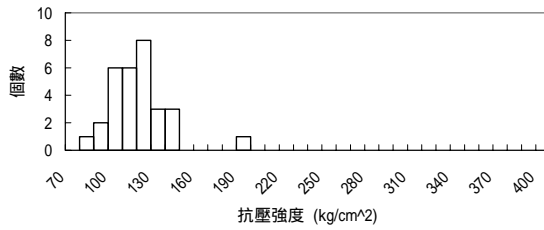
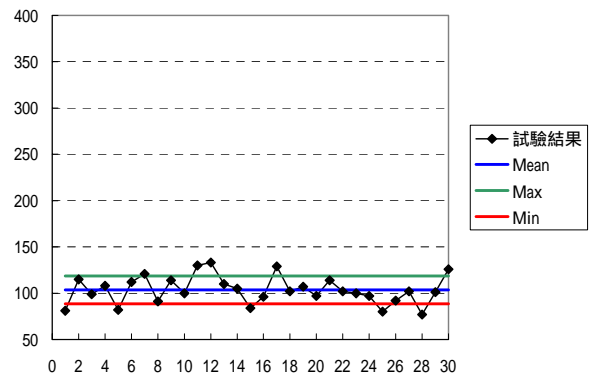
圖 3 由彈性黏結層結合兩個彈性球體系統之剖面圖



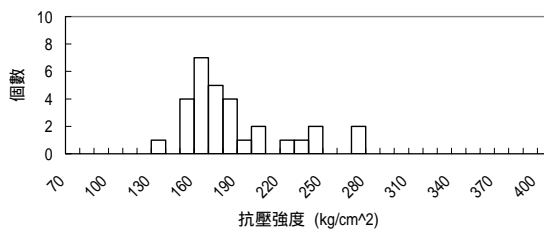
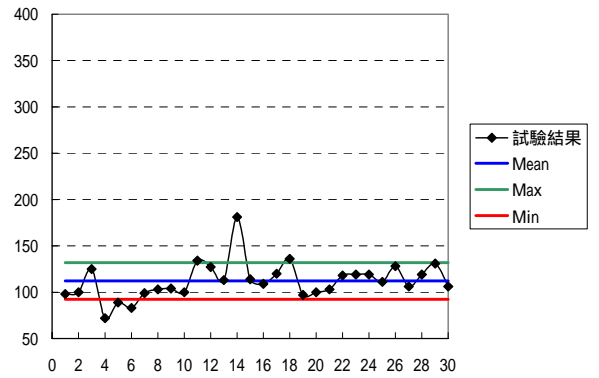
(a) w/c=0.86



(b) w/c=0.83



(c) w/c=0.80



(d) w/c=0.74

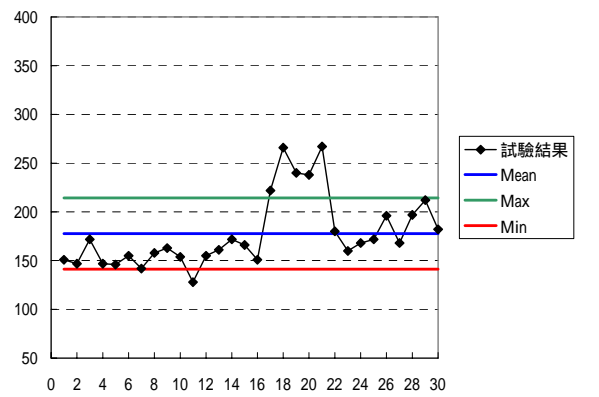
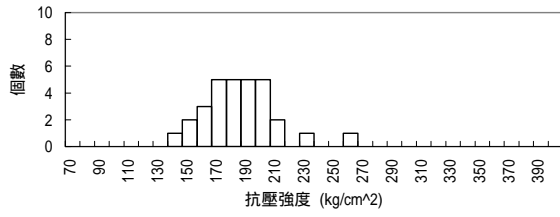
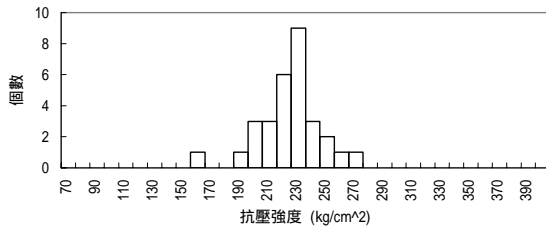
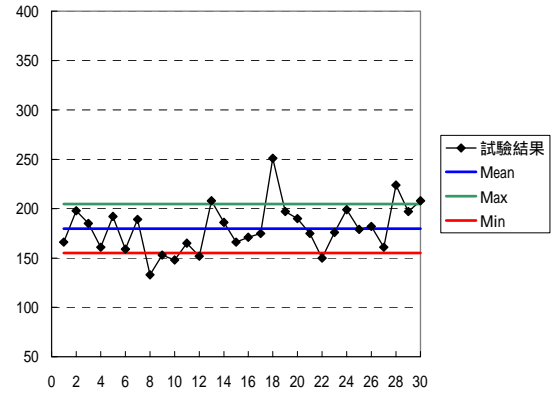


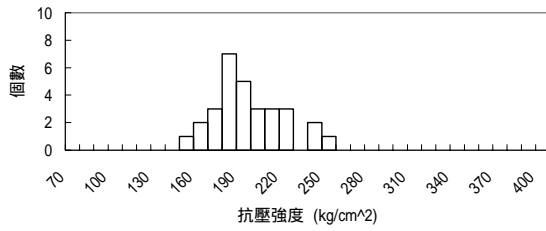
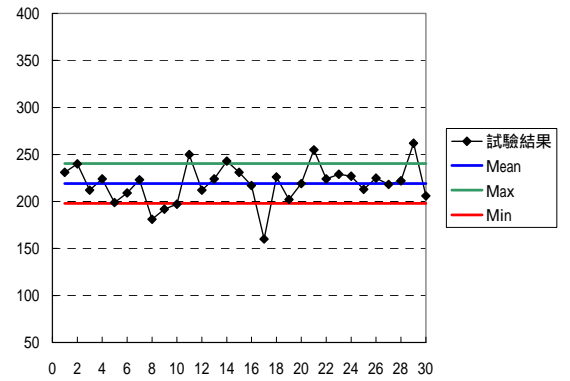
圖 4 混凝土抗壓試驗結果



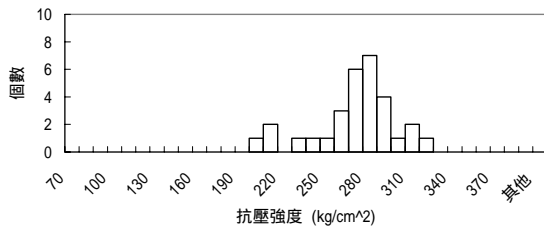
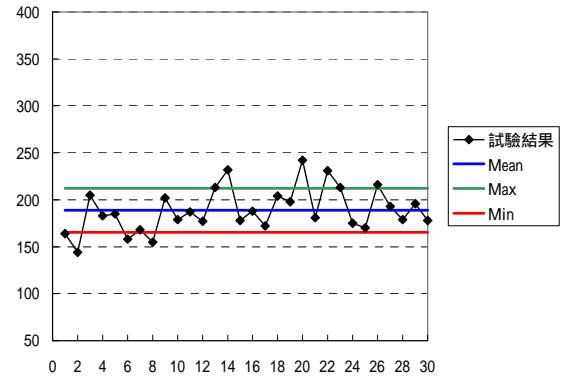
(e) $w/c=0.71$



(f) $w/c=0.68$



(g) $w/c=0.65$



(h) $w/c=0.62$

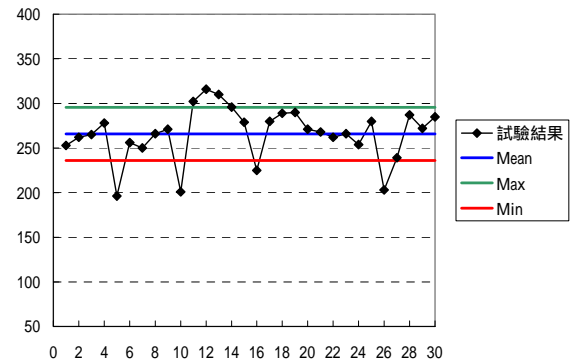
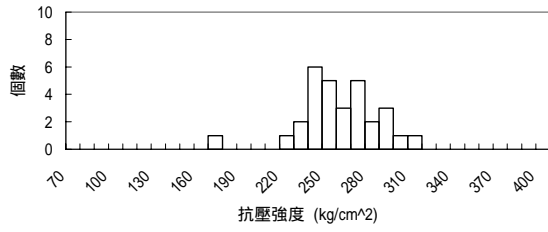
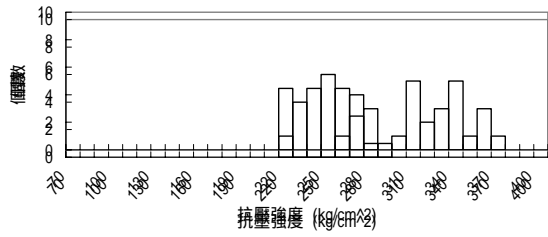
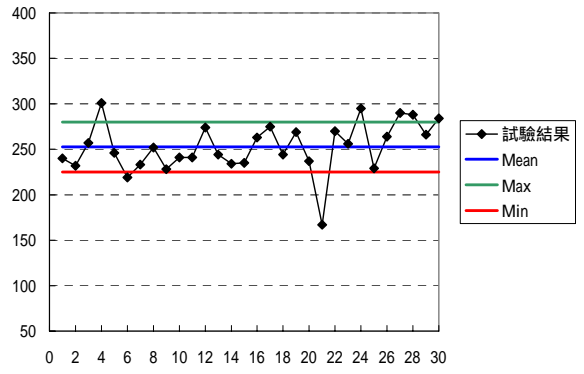


圖 4 混凝土抗壓試驗結果 (續)



(i) w/c=0.59



(k) w/c=0.53

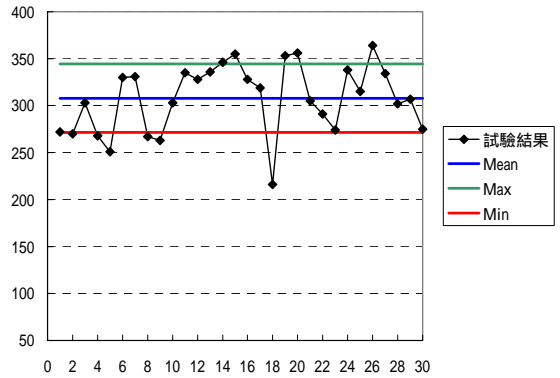
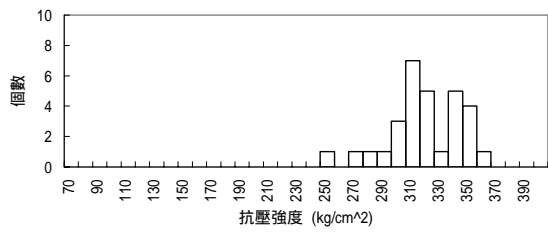
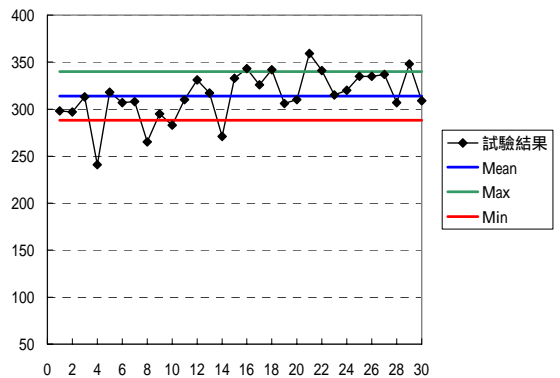
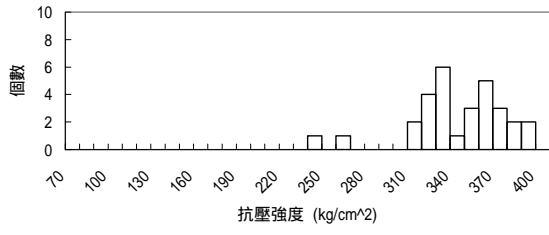


圖 4 混凝土抗壓試驗結果 (續)

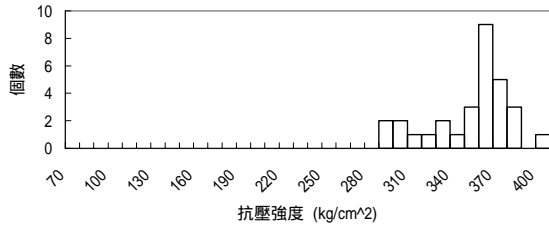
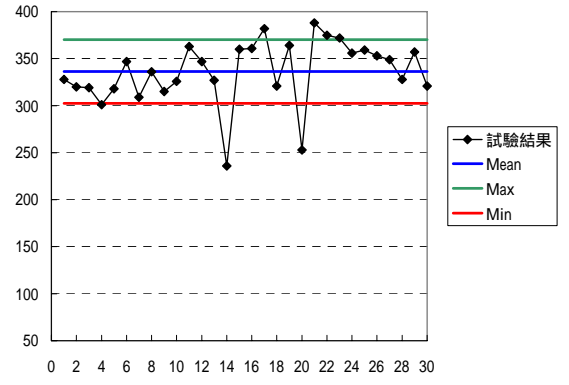


(l) w/c=0.50





(m) w/c=0.47



(n) w/c=0.44

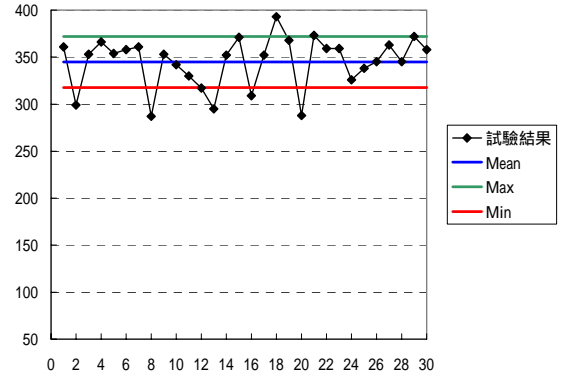


圖 4 混凝土抗壓試驗結果 (續)

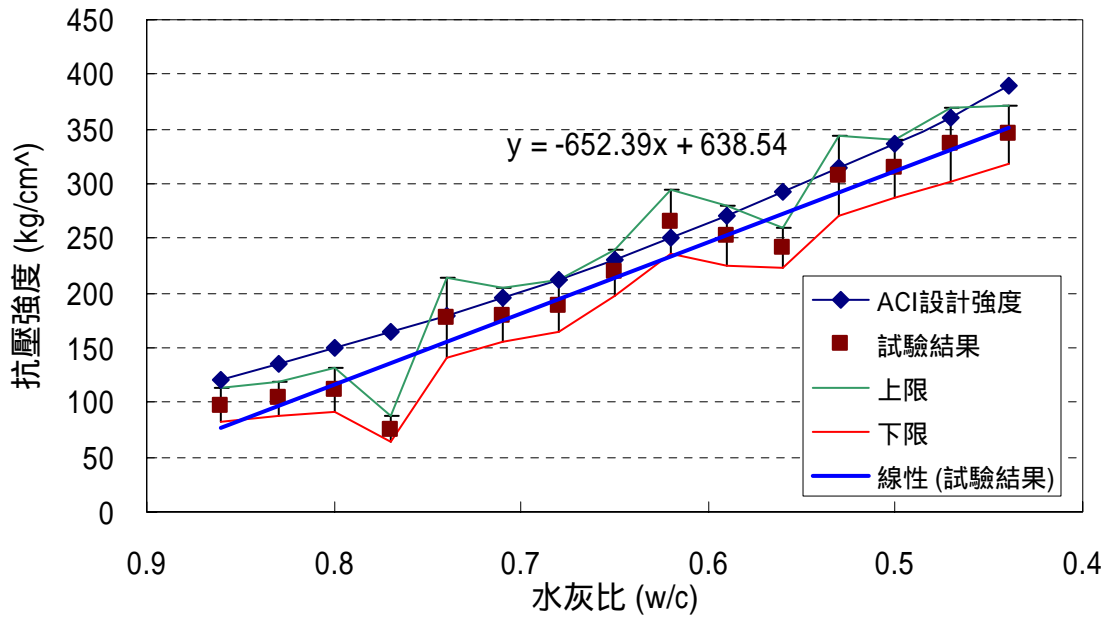


圖 5 混凝土抗壓強度試驗結果

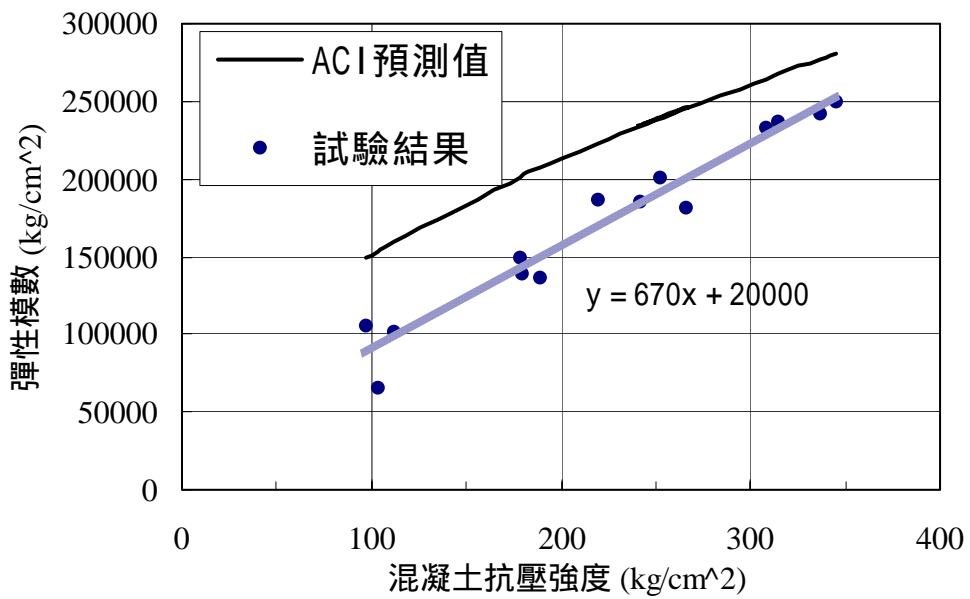


圖 6 混凝土材料彈性模數與抗壓強度之關係

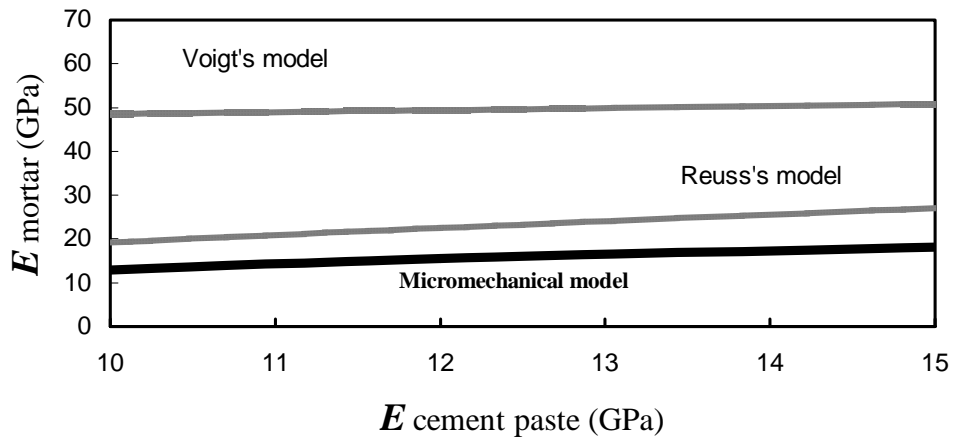


圖 7 微觀力學模式之水泥砂漿彈性模數之預測值

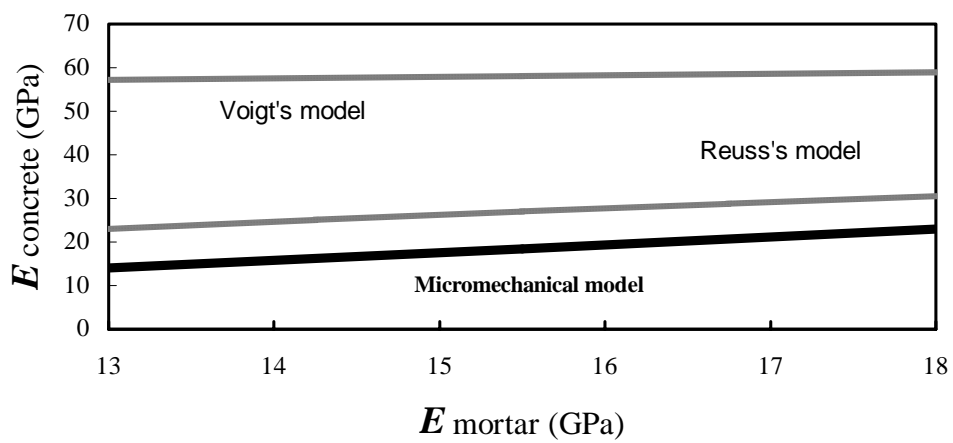


圖 8 微觀力學模式之混凝土材料彈性模數之預測值

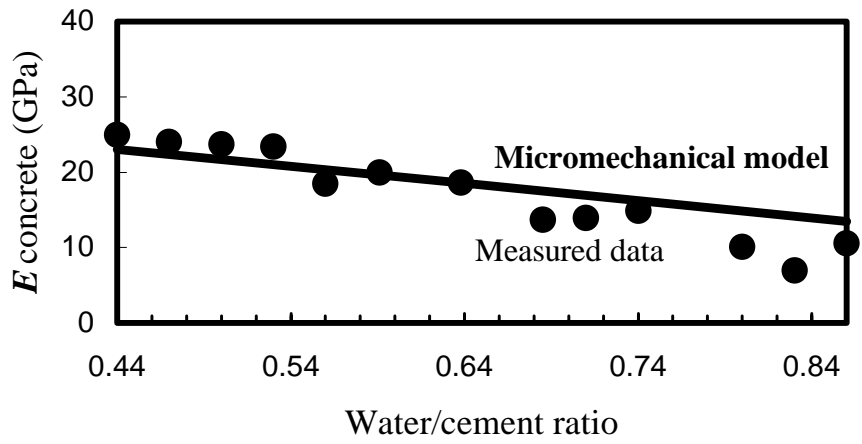


圖 9 微觀力學模式所預測之混凝土材料彈性模數之預測值與水灰比之關係

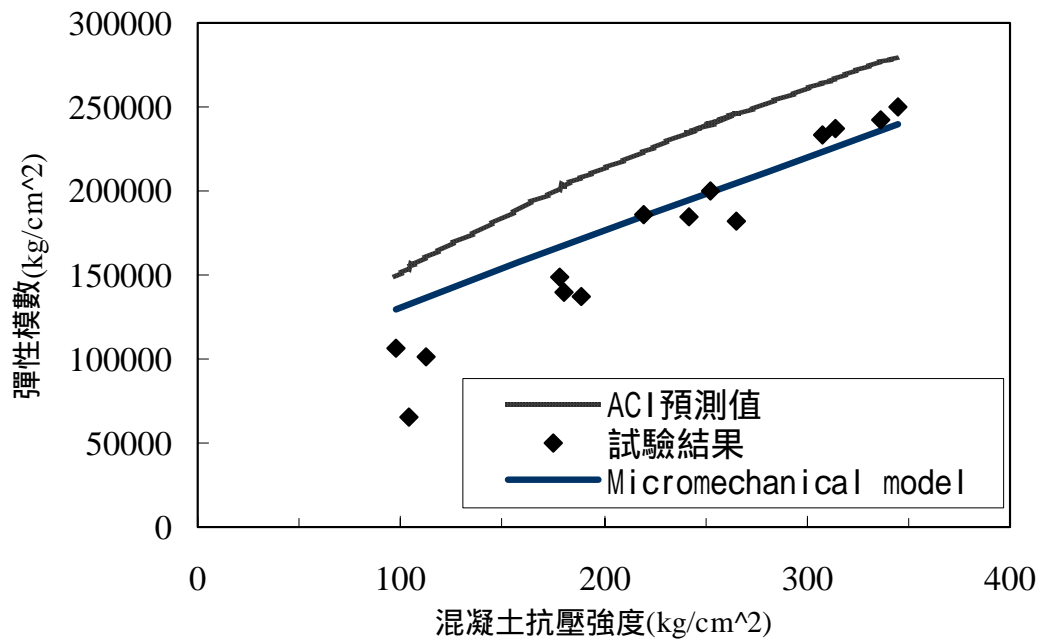


圖 10 微觀力學模式所預測之混凝土材料彈性模數之預測值與水灰比之關係