

# 電壓空間向量脈寬調變感應馬達驅動器之空間相量設計技術

詹前茂 彭世興

國立宜蘭技術學院電機系副教授

## 摘要

本文將以空間相量運算為基礎，由一般化交流電機的數學模型開始，系統地推導、建立一個相當簡潔的感應馬達驅動器電壓空間向量脈寬調變演算法則、場導控制法則及其控制器參數調適法則。同時，在Matlab-Simulink®環境下，應用同樣的方法以建構電機驅動控制系統的電腦輔助設計次環境，其複雜度將被大幅降低。模擬與實測結果相近，印證此項技術有益於進階馬達驅動技術的研究與發展。

關鍵詞：電壓空間向量脈寬調變、場導控制、感應馬達驅動器、空間相量

# Space Phasor Design Techniques for the Induction Motor Drives with Voltage Space Vectors Pulse-Width Modulation

**Chien-Mao Chan and Shyh-Shing Perng**

Associate Professors, Department of Electrical Engineering, National Ilan Institute of Technology

## **Abstract**

Based on the space phasor operations that will be used in this paper, started with the mathematical model of a generalized ac machine, a considerably compact field oriented control algorithm for the induction motor drives with voltage space vectors pulse-width modulation was derived and constructed systematically, and the tuning rules of the controllers' parameters were constructed too. Meanwhile, under the Matlab-Simulink® circumstance, a computer-aided design sub-circumstance for the control system of electrical drives was constructed similarly, and its complexity is reduced greatly. The closed simulation and experimental results indicated that the technique presented in this paper is helpful for the research and development of advanced motor drives techniques.

**Key Words :** voltage space vectors pulse-width modulation, field oriented control, induction motor drives, space phasor

# 一、前言

交流電機的場導控制理論在七十年代初期即源起於德國[1]，歷經微處理機、數位信號處理器晶片問市及電力電子製造、控制技術的日益精進，目前場導控制已是交流電機有效且被廣泛採用的技術。場導控制理論的建立由交流電機的數學模型開始。因推導觀點、座標轉換及數學方程式表達的不一，交流電機的數學模型即有多種形式[2-5]；形式不一的交流電機數學模型將直接影響其場導控制架構的複雜度及模擬與實現的困難度。

一般化交流電機在不考慮邊緣效應(end-effects)的前提下，其激磁電流得以平面空間向量方式表達於垂直轉軸的剖面上；以三相對稱弦波電流激磁時，此平面空間向量的大小將正比於弦波電流的振幅，角度則為 a 相弦波電流的相位角(phase angle)，因此得以「空間相量(space phasor)」名之；因其運算變數將大幅減少，交流電機的數學模型形式可因此最簡外，亦將簡化其控制運算法則。交流電機中各物理量以此類推所得的空間相量，除可利用複變數現成的加減、乘除及對時間的微、積分運算外，若另定義其點積(dot product)與叉積(cross product)運算，則實、虛功率及轉矩之計算亦可含蓋，這將使交流電機驅動技術的理論推導工具趨於完整。同時，目前的動態模擬工具 Matlab-Simulink® 已具有基本複數運算的能力，以空間相量為工具所建構的電機驅動控制系統電腦輔助設計環境將可大幅提高交流電機驅動技術的電腦模擬及系統實現效率。

本文將由一般化交流電機的空間相量數學模型開始，首先推導感應馬達在任意參考座標上的空間相量數學模型，並建立其在 Matlab-Simulink® 環境下的最簡圖式模型(graphical model)，其次推導變頻器以電壓空間向量為脈寬調變策略的演算法則及設計以空間相量運算為基礎的轉子場導控制法則，接著建立場導控制法則中各控制器參數的調適法則，最後則為電腦模擬、系統實現及本文結論。

## 二、感應馬達之數學模型及圖式模型

對稱三相、Y 接的一般化交流電機，假設定子、轉子繞組的磁動勢為弦波分佈，且不考慮鐵心飽和、鐵損及齒槽、邊緣效應(end-effects)，其數學模型可依據馬達磁路結構及繞組磁動勢分佈，利用克希荷夫定律、安培定律、法拉第定律及羅倫茲力定律(Lorentz force law)可在垂直於轉軸的剖面上推導而得，以空間相量記號法可表達為[5,6]

$$R_s \dot{\mathbf{i}}_s + L_s p \mathbf{i}_s + L_m p (\dot{\mathbf{i}}_r e^{jq_r}) = \mathbf{v}_s \quad (1)$$

$$R_r \dot{\mathbf{i}}_r + L_r p \mathbf{i}_r + L_m p (\dot{\mathbf{i}}_s e^{-jq_r}) = \mathbf{v}_r \quad (2)$$

$$\mathbf{t}_e = \frac{P}{3} L_m (\dot{\mathbf{i}}_r e^{jq_r} \otimes \mathbf{i}_s) = J_m p \mathbf{w}_m + B_m \mathbf{w}_m + \mathbf{t}_L \quad (3)$$

式(1)為定子電壓方程式，其中  $R_s$ 、 $L_s$  分別為每相定子繞組的電阻及自感， $L_m$  為定子、轉子繞組間的互感， $p$  為微分運算子， $\mathbf{q}_r$  為 a 相轉子繞組激磁方向，即 ar 軸，與定子 as 軸間的電氣角度， $\mathbf{i}_s$  為定子電流空間相量，是時間的函數，其實部軸即 as 軸，且其與三相電流  $i_{as}$ 、 $i_{bs}$  及  $i_{cs}$  間的關係為

$$\mathbf{i}_s = i_{as} + i_b \mathbf{a} + i_c \mathbf{a}^2 \quad (4)$$

式中  $\mathbf{a} = e^{j2p/3}$ ，另  $\mathbf{i}_r$  為轉子電流的空間相量，其實部軸即 ar 軸， $\mathbf{v}_s$  則為定子繞組外加電壓的空間相量，其與三相電壓  $v_{as}$ 、 $v_{bs}$  及  $v_{cs}$  間的關係與式(4)雷同；式(2)為轉子電壓方程式，其相關符號的描述與式(1)近似；式(3)為轉矩方程式，其中  $\mathbf{t}_e$ 、 $\mathbf{t}_L$  分別為電磁產生轉矩與負載轉矩， $J_m$ 、 $B_m$  分別為馬達及負載的轉動慣量(rotational inertia)與黏滯係數(viscous coefficient)， $P$  為馬達極數， $\mathbf{w}_m$  為轉子的機械角速度，與  $\mathbf{q}_r$  的關係為

$$p \mathbf{q}_r = \mathbf{w}_r = \frac{P}{2} \mathbf{w}_m \quad (5)$$

⊗ 則為空間相量叉積運算符號，其定義為[7]

$$\mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{a}_2 = |\mathbf{a}_1| \cdot |\mathbf{a}_2| \cdot \sin[\arg(\mathbf{a}_2) - \arg(\mathbf{a}_1)] \mathbf{e} \quad (6)$$

依據式(6)，式(4)之電磁產生轉矩  $\mathbf{t}_e$  屬於實數，若大於零則為逆時鐘方向轉矩。

若令式(2)中之  $\mathbf{v}_r = \mathbf{0}$ ，則式(1)-(3)即為三相鼠籠式感應馬達的數學模型。為便於爾後圖式模型及場導控制法則的建立，此感應馬達數學模型宜統一經由座標轉換，表達在以任意角速度  $\mathbf{w}$  旋轉的直角座標上。經由下列步驟

1. 式(1)等號左右兩側乘以  $e^{-jq}$ ，且  $\mathbf{q} = \int_0^t \mathbf{w} dt$ ；
2. 式(2)等號左右兩側乘以  $e^{-j(\mathbf{q}-\mathbf{q}_r)}$ ；
3. 式(3)利用空間相量叉積特性

$$(\mathbf{a}_1 e^{-j\theta}) \otimes (\mathbf{a}_2 e^{-j\theta}) = \mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{a}_2 \quad (7)$$

則感應馬達表達在以任意角速度旋轉直角座標上的數學模型為

$$\begin{bmatrix} R_s + L_s p + j\omega \mathbf{L}_s & L_m p + j\omega \mathbf{L}_m \\ L_m p + j(\omega - \omega_r) \mathbf{L}_m & R_r + L_r p + j(\omega - \omega_r) \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{t}_e = \frac{P}{3} L_m (\mathbf{i}_r \otimes \mathbf{i}_s) = J_m p \omega_m + B_m \omega_m + \mathbf{t}_L \quad (9)$$

在 Matlab-Simulink®環境中，為簡化圖式模型的建立，感應馬達的數學模型宜表達在靜止直角座標上，即令  $\omega = 0$ ，則式(8)、(9)可轉換成

$$\begin{bmatrix} R_s + L_s p & L_m p \\ L_m p - j\omega_r \mathbf{L}_m & R_r + L_r p - j\omega_r \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s^s \\ \mathbf{i}_r^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_s^s \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{t}_e = \frac{P}{3} L_m (\mathbf{i}_r^s \otimes \mathbf{i}_s^s) = J_m p \omega_m + B_m \omega_m + \mathbf{t}_L \quad (11)$$

式(10)及式(11)得分別整理為狀態方程式形式，以便於在 Matlab-Simulink®環境中建立圖形化的模擬模型，其結果為

$$p \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s^s \\ \mathbf{i}_r^s \end{bmatrix} = \frac{1}{s L_s L_r} \begin{bmatrix} -R_s L_r & R_r L_m \\ R_s L_m & -R_r L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s^s \\ \mathbf{i}_r^s \end{bmatrix} + j\omega_r \begin{bmatrix} -L_m \\ L_s \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{e}}_{rf}^s + \begin{bmatrix} L_r \\ -L_m \end{bmatrix} \mathbf{v}_s^s \quad (12)$$

$$p \omega_m = \frac{1}{J_m} \left\{ -B_m \omega_m + \left[ \frac{P}{3} L_m (\mathbf{i}_r^s \otimes \mathbf{i}_s^s) - \mathbf{t}_L \right] \right\} \quad (13)$$

式(12)中

$$s = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \quad (14)$$

$$\ddot{\mathbf{e}}_{rf}^s \otimes L_m \mathbf{i}_s^s + L_r \mathbf{i}_r^s = \mathbf{I}_{rf} e^{j\theta} = \mathbf{I}_{rf} e^{j \int_0^t \omega_r dt} \quad (15)$$

$s$  為感應馬達的總漏磁因數(total leakage factor)， $\ddot{\mathbf{e}}_{rf}^s$  則為其轉子磁通鏈(rotor flux linkage)的空間相量。依據式(12)-(15)，感應馬達的圖式模型即可在 Matlab-Simulink®環境中建立，如圖 1 所示。圖 1(a)為電壓方程式的圖式模型，圖 1(b)則為包含已完成電壓方程式群組的整個感應馬達圖式模型；與五階的實數圖式模型比較，其複雜度已被大幅降低。

為配合實際感應馬達係三相定子電源輸入及三相定子電流輸出，完整的感應馬達圖式模型得在定子電源  $\mathbf{v}_s^s$  之前加入與式(4)雷同的轉換，定子電流  $\mathbf{i}_s^s$  則在三相平衡的前提下，依據式(4)可推導其三相定子電流為

$$\begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \text{Re} \left( \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{a}^2 \\ \mathbf{a} \end{bmatrix} \mathbf{i}_s^s \right) \quad (16)$$

### 三、電壓空間向量脈寬調變演算法則

以空間向量運算為基礎的場導控制器最終輸出為靜止座標上的定子電壓命令  $\mathbf{v}_s^{s*}$ ，此電壓命令若經如式(16)的轉換，即

$$\begin{bmatrix} v_{as}^* \\ v_{bs}^* \\ v_{cs}^* \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \text{Re} \left( \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{a}^2 \\ \mathbf{a} \end{bmatrix} \mathbf{v}_s^{s*} \right) \quad (17)$$

使其成為三相電壓命令，再經三角載波調變以控制變頻器三臂六只電力電子開關元件的開或關；因穩態時此三相電壓命令均為弦波，此法即所謂的三相弦波脈寬調變(sinusoidal PWM)；而電壓空間向量命令  $\mathbf{v}_s^{s*}$  若是以變頻器三臂六只電力電子開關元件的八種開關狀態所對應的電壓空間向量配合其開關時間合成，如圖 2 所示，同時考慮其最小開關損失者，即所謂的電壓空間向量脈寬調變(VSV PWM)。圖 2 中，(100)表示變頻器六只電力電子開關元件的 a 相上臂開，b、c 相則下臂開，此時因馬達三相定子線圈在空間擺放位置關係，可依據如式(4)，獲得  $\mathbf{V}_1$  的電壓空間向量，餘類推； $\mathbf{V}_d$

為變頻器的直流側電壓值， $N$  為虛擬中性點， $T_c$  為三角載波的週期， $T_1$ 、 $T_2$  則分別為(100)、(110)開關狀態的時間，即產生電壓空間向量  $\mathbf{V}_1$ 、 $\mathbf{V}_2$  的時間，且  $T_1$ 、 $T_2$  均小於  $T_c/2$ ；至於(000)及(111)兩開關狀態所對應的電壓空間向量均為  $\mathbf{0}$ ，藉助此兩開關狀態，得使每次僅有一臂改變其開關狀態以最小化電力電子開關元件的開關損失(switching loss)。

電壓空間向量脈寬調變與三相弦波脈寬調變比較，具有較低電流諧波及較高調變指數(modulation index)等優點[8]。唯電壓空間向量脈寬調變過程中，三相電壓命令的產生須經扇區判定、開關時間計算及為獲得最小開關損失的開關順序考慮下，載波週期間的三相電壓平均值計算等步驟，若以實數運算產生之，其過程顯得相當繁瑣，本文將以空間相量運算為之，以展現其簡潔性。

(一) 定子電壓空間向量命令  $\mathbf{v}_s^*$  的扇區判定

如圖 2 所示，若  $\mathbf{V}_1$  與  $\mathbf{V}_2$  間的  $p/3$  徑度為編號 1 的扇區，一周共分為六扇區，其餘扇區編號為 2~6，則定子電壓空間向量命令  $\mathbf{v}_s^*$  所在的扇區編號可依下式判定

$$n = \text{Int} \left[ \arg(\mathbf{v}_s^*) / (p/3) \right] + 1 \quad (18)$$

式中  $\arg(\mathbf{v}_s^*) = 0 \sim 2p \text{ rad}$ ， $\text{Int}(x)$  代表取  $x$  的整數值。

(二) 開關時間  $T_n$  及  $T_{n+1}$  的計算

假設位於扇區  $n$  的定子電壓空間向量命令  $\mathbf{v}_s^*$  在每一載波週期間維持不變，且為使變頻器開關元件的開關損失最小化，其在一載波週期間的對稱開關狀態順序及開關時間將如表一所示，則  $\mathbf{v}_s^*$  可由下式合成之。

$$\mathbf{v}_s^* = \frac{2T_n}{T_c} \mathbf{V}_n + \frac{2T_{n+1}}{T_c} \mathbf{V}_{n+1} \quad (19)$$

其中

$$\mathbf{V}_n = V_d e^{j \frac{n-1}{3} p} \quad (20)$$

且  $T_n$ 、 $T_{n+1}$  分別為產生電壓空間向量  $\mathbf{V}_n$ 、 $\mathbf{V}_{n+1}$  的時間，若  $n = 6$  則  $n + 1$  重置為 1。解式(19)即可得開關時間  $T_n$  及  $T_{n+1}$  如下式：

$$\begin{bmatrix} T_n \\ T_{n+1} \end{bmatrix} = \frac{T_c}{\sqrt{3}V_d} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_s^* \otimes e^{j \frac{n}{3} p} \\ e^{j \frac{n-1}{3} p} \otimes \mathbf{v}_s^* \end{bmatrix} \quad (21)$$

(三) 三相對虛擬中性點的電壓平均值計算

各相對虛擬中性點在一載波週期間於各個扇區的電壓平均值可依據表一的開關狀態順序及開關時間計算得到，結果如表二所示。

(四) 三相電壓命令的產生

欲使三相電壓命令  $v_{as}^*$ 、 $v_{bs}^*$  及  $v_{cs}^*$  經三角載波調變後，各相對虛擬中性點的每載波週期平均電壓值為  $\bar{v}_{aN}$ 、 $\bar{v}_{bN}$  及  $\bar{v}_{cN}$ ，其最佳方法為令  $v_{as}^* = \bar{v}_{aN}$ 、 $v_{bs}^* = \bar{v}_{bN}$  及  $v_{cs}^* = \bar{v}_{cN}$ 。同時，依據表二，可歸納得電壓空間向量脈寬調變法中，輸入至脈寬調變器的三相電壓命令為

$$\begin{bmatrix} v_{as}^* \\ v_{bs}^* \\ v_{cs}^* \end{bmatrix} = \frac{V_d}{T_c} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ -a_2 & -a_3 \\ a_3 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_n \\ T_{n+1} \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [(n == 6) \oplus (n == 1) \oplus (n == 2)] - [(n == 3) \oplus (n == 4) \oplus (n == 5)] \\ [(n == 5) \oplus (n == 6) \oplus (n == 1)] - [(n == 2) \oplus (n == 3) \oplus (n == 4)] \\ [(n == 4) \oplus (n == 5) \oplus (n == 6)] - [(n == 1) \oplus (n == 2) \oplus (n == 3)] \end{bmatrix} \quad (23)$$

且式(23)中「 $\oplus$ 」為邏輯「或」運算符號，「 $==$ 」則為邏輯「相等」運算符號。

(五) 圖式模型的建立

依據式(18)、(21)~(23)，以空間相量運算為基礎的電壓空間向量脈寬調變演算法則，其圖式模型將可如圖 3 所示

的方塊圖依次建立；同時，圖 3 中除「脈寬調變器(Pulse-Width Modulator)」之外的其餘方塊將用以取代式(17)的定子電壓命令轉換，以完成實現變頻器的電壓空間向量脈寬調變策略。

## 四、轉子場導控制法則及控制器參數調適

### (一) 轉子場導控制法則

本文採直接式轉子場導控制，其主要關鍵技術在轉子磁通鏈空間相量  $\dot{\mathbf{e}}_{rf}^s$  的估測，且係直接利用定子電流、轉子轉速等回授信號估得，而非間接以前饋命令算得。轉子磁通鏈空間相量估得後，其方向角度  $q_{rf}$  即作為感應馬達轉子場導控制架構中座標轉換的依據，大小  $I_{rf}$  則可作為場磁通控制的回授信號，如此將使得整個感應馬達驅動器的控制近似於他激式直流馬達的控制。

#### 1. 轉子磁通模型

轉子磁通鏈空間相量的數學模型，簡稱為轉子磁通模型，可由式(15)代入式(10)的轉子電壓方程式後整理獲得，結果如下式

$$p\dot{\mathbf{e}}_{rf}^s = \left( -\frac{1}{t_r} + jw_{rf} \right) \dot{\mathbf{e}}_{rf}^s + \frac{L_m}{t_r} \dot{\mathbf{i}}_s^s \quad (24)$$

其中  $t_r = L_r / R_r$ ，為轉子繞組的電氣時間常數。整個轉子場導控制法則於座標轉換後即在實部軸為轉子磁通鏈方向，且角速度為  $w_{rf}$  的轉子磁場導向座標上進行運算。

在轉子磁場導向座標上的感應馬達空間相量數學模型可由式(8)、(9)及式(14)、(15)推導獲得，如下式

$$\begin{bmatrix} R_s + sL_s(p + jw_{rf}) & \frac{L_m}{L_r}(p + jw_{rf}) \\ -\frac{L_m}{t_r} & p + \frac{1}{t_r} + j(w_{rf} - w_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_s^{rf} \\ \dot{\mathbf{I}}_{rf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_s^{rf} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$t_e = \frac{PL_m}{3L_r} \cdot \mathbf{I}_{rf} \cdot \text{Im}(\dot{\mathbf{i}}_s^{rf}) = J_m p w_m + B_m w_m + t_L \quad (26)$$

以空間相量運算為基礎的感應馬達轉子場導控制法則，除前述的轉子磁通模型及座標轉換外，可由式(25)、(26)開始著手。以下將依次說明定子電壓去耦器的設計及電流、轉子磁通、速度等控制器參數調適法則的建立。

#### 1. 定子電壓去耦器的設計

定子電壓去耦器的目的在解耦及線性化電流控制迴路中以定子電壓方程式為模型的被控裝置，以簡化電流控制器的設計。假設電壓源變頻器為理想且為單位增益，即  $\mathbf{v}_s^{rf} = \mathbf{v}_s^{rf*}$ ，則依據式(25)的定子電壓方程式，在轉子磁場導向座標上的定子電壓命令與定子電流間的關係為

$$\mathbf{v}_s^{rf*} = \left[ R_s + sL_s(p + jw_{rf}) \right] \dot{\mathbf{i}}_s^{rf} + \frac{L_m}{L_r}(p + jw_{rf})\mathbf{I}_{rf} \quad (27)$$

式(27)即為電流控制迴路中的被控裝置，非線性且實、虛部互為耦合。若令

$$\mathbf{v}_s^{rf*} = \mathbf{v}_{s1}^{rf*} + jw_{rf}sL_s\dot{\mathbf{i}}_s^{rf} + \frac{L_m}{L_r}(p + jw_{rf})\mathbf{I}_{rf} \quad (28)$$

則

$$\mathbf{v}_{s1}^{rf*} = (R_s + sL_s p)\dot{\mathbf{i}}_s^{rf} \quad (29)$$

式(29)已成為去耦的一階線性被控裝置。式(28)即所謂的定子電壓去耦器，輸出信號為  $\mathbf{v}_s^{rf*}$ ，輸入信號除空間相量電壓命令  $\mathbf{v}_{s1}^{rf*}$  外，尚有回授電流  $\dot{\mathbf{i}}_s^{rf}$  及轉子磁通鏈的大小  $\mathbf{I}_{rf}$ 、角速度  $w_{rf}$  等，其中  $w_{rf}$  理論上可由式(24)轉子磁通模型估得的轉子磁通鏈空間相量角度  $q_{rf}$  微分得到；實際上，為避免微分運算放大雜訊而干擾系統，定子電壓去耦器在實現時，宜將式(28)中的  $w_{rf} = (pq_{rf})$  及  $p\mathbf{I}_{rf}$  等微分運算項全部消除。

利用式(25)中的轉子電壓方程式

$$\left[ p + \frac{1}{t_r} + j(w_{rf} - w_r) \right] \mathbf{I}_{rf} = \frac{L_m}{t_r} \dot{\mathbf{i}}_s^{rf} \quad (30)$$

則式(28)的定子電壓去耦器可轉換為不含微分運算項的形式，如下式

$$\mathbf{v}_s^{rf*} = \mathbf{v}_{s1}^{rf*} + \left[ \frac{L_m^2}{L_r t_r} + j \left( \mathbf{w}_r + \frac{L_m \text{Im}(\mathbf{i}_s^{rf})}{t_r I_{rf}} \right) \mathbf{s} L_s \right] \mathbf{i}_s^{rf} + \left( \frac{-L_m}{L_r t_r} + j \mathbf{w}_r \frac{L_m}{L_r} \right) \mathbf{i}_{rf} \quad (31)$$

式(31)的定子電壓去耦器，其輸入信號除了轉子磁通鏈角速度  $\mathbf{w}_r$  已被轉子電氣角速度  $\mathbf{w}_r$  取代外，其餘均與式(28)者同。

## (二) 控制器參數調適法則建立

在完成轉子磁通模型推導及定子電壓去耦器的設計後，整個以空間相量運算為基礎的感應馬達轉子場導控制架構將如圖 4 所示；圖中電壓命令  $\mathbf{v}_{s1}^{rf*}$  與回授電流  $\mathbf{i}_s^{rf}$  的關係如式(29)，為簡單的解耦一階線性系統，內迴路電流控制器的設計即是以此為被控裝置對象。

電流、轉子磁通及速度等控制器若均採用比例積分的形式，其增益及積分時間參數可依其設計方法及閉迴路的性能規格調適之[9,10]。以下分項說明本文所採用的方法及結果。

### 1. 電流控制器

電流控制器參數調適法則依據頻寬設計法建立。若  $\mathbf{w}_c^*$  為電流控制閉迴路的規格頻寬，且依據式(29)選擇控制器的積分時間參數  $T_{ic} = \mathbf{s} t_s$ ， $t_s = L_s / R_s$  為馬達定子繞阻的電氣時間常數，則其增益參數經推導後為  $K_{pc} = \mathbf{s} L_s \mathbf{w}_c^*$ 。

### 2. 磁通控制器

轉子磁通控制器參數調適法則亦依據頻寬設計法建立。若  $\mathbf{w}_c^*$  為轉子磁通控制閉迴路的規格頻寬，且  $\mathbf{w}_c^* \ll \mathbf{w}_r^*$ ，則依據式(30)之實部，可選擇控制器的積分時間參數  $T_{it} = t_r$ ，增益參數經推導後可調適為  $K_{pt} = t_r \mathbf{w}_c^* / L_m$ 。另外，轉子磁通產生器的輸出為轉子磁通命令，在額定同步轉速下，其理想輸出可依據感應馬達的穩態模型推導，在大於額定同步轉速的弱磁控制時，其輸出與轉子轉速成反比，結果為

$$\mathbf{I}_{rf}^* = \begin{cases} 3\sqrt{2}\mathbf{s} L_m I_{rated} / 2 \hat{\mathbf{i}} & , m \leq m_b \\ (3\sqrt{2}\mathbf{s} L_m I_{rated} / 2) (\mathbf{w}_{mb} / \mathbf{w}_m) & , m > \mathbf{w}_{mb} \end{cases} \quad (32)$$

其中  $I_{rated}$ 、 $\mathbf{w}_{mb}$  分別為馬達的額定電流及額定同步轉速。

### 3. 速度控制器

速度控制器參數調適法則依據對稱最佳法(symmetrical optimum)建立。若  $\mathbf{w}_c^*$  為速度控制閉迴路的規格頻寬，且  $\mathbf{w}_c^* / \mathbf{w}_s^* = \alpha_s^* > 1$ ，則依據此設計法的原則， $\mathbf{w}_c^*$  得選取為控制器轉角頻率(corner frequency)及電流控制閉迴路頻寬  $\mathbf{w}_c^*$  的幾何中心點，如此可使整個速度控制閉迴路於頻域中以  $\mathbf{w}_c^*$  為中心具對稱相位裕度(phase margin)，並因此產生最佳組尼效果。該控制器的積分時間參數據此得選擇  $T_{is} = \alpha_s^* / \mathbf{w}_c^*$ ，增益參數經推導後可調適為  $K_{ps} = J_m \mathbf{w}_s^*$ 。

## 五、電腦模擬與系統實現

本文所架構的感應馬達驅動器實驗系統如圖 5 所示，包含個人電腦、馬達控制驅動介面卡、功率級板、三馬力感應馬達及磁粉式可控負載等，其中馬達控制驅動介面卡具 PWM 產生器、A/D、數位 I/O 及正交解碼器(quadrature decoder)等功能。個人電腦內相關軟體環境則有 Matlab-Simulink® Real-Time Workshop®及 C 語言的組譯、連結器等。以空間相量運算為基礎的感應馬達、電壓空間向量脈寬調變變頻器及場導控制運算法則等的圖式模型均於 Matlab-Simulink®的環境中，如圖 1 般地建立、發展以建構電機驅動控制系統的電腦輔助設計次環境。

場導控制運算法則、變頻器及感應馬達等的圖式模型，可由已建構的電腦輔助電機驅動控制系統設計次環境中選定後連接之；經電腦模擬確定其可行性後，欲實現其對應系統，則移除變頻器及感應馬達的圖式模型，換之以馬達控制驅動介面卡的輸出入模組，並開始執行 Real-Time Workshop®的 Build 指令[11]，則場導控制運算法則的圖式模型及馬達控制驅動介面卡的輸出入模組即可轉換成 C 語言，接著再以 C 語言的組譯、連結器將其轉換成即時指令。以「外在模式(external mode)」執行此即時指令即為實測前述模擬可行的對應實體感應馬達控制系統，而實測後之各波形可由系統中的個人電腦收集、繪出。

圖 6(a)、(b)所示分別為 TECO@3HP 感應馬達在電壓空間向量脈寬調變變頻器驅動下，以定 V/f 比開迴路自由加速(free acceleration)的模擬與實測相關波形。圖 7(a)、(b)所示分別為該馬達在轉子場導控制運算法則下，加以定子電壓去耦及線性化處理後的電流控制模擬與實測相關波形，其電流頻寬規格為  $\omega_i^* = 1000 \text{ rad/sec}$ 。圖 8(a)、(b)所示則分別為其於約 2.0 秒時加載 5Nm 的正逆轉速度控制模擬與實測相關波形，電流與速度的頻寬規格比為  $a_s^* = 10$ ，轉速參考命令則具  $\pm 400 \text{ rad/sec}^2$  的變率限制。圖 6-8 三者各訊號的模擬與實測波形均頗為近似，且控制效果良好。

## 六、結論

本文所建立的感應馬達驅動器空間相量設計技術，除系統化及完整性外，感應馬達數學模型、電壓空間向量脈寬調變法則及場導控制運算法則等之推導過程亦相當簡潔。在 Matlab-Simulink 環境下，所建立的電機驅動控制系統電腦輔助設計次環境及控制器參數調適法則將提供高效率的馬達驅動系統設計、電腦模擬及系統實現。實驗結果顯示此項技術可使理論推導、電腦模擬及系統實現間具一致性，因此有益於進階馬達驅動技術的研究與發展。

## 七、參考文獻

1. Blaschke, F. (1972), "The Principle of Field Orientation as Applied to the New Transvector Closed Loop Control for Rotating Machines", *Siemen Rev.*, Vol. 39, No. 5, pp. 217-220.
2. Krause, P. C. (1987), *Analysis of Electric Machinery*, pp. 164-178, McGraw-Hill, New York, U.S.A.
3. Vas, P. (1990), *Vector Control of AC Machines*, pp. 28-43, Oxford University Press, New York, U.S.A.
4. Novotny, D. W. and T. A. Lipo (1996), *Vector Control and Dynamics of AC Machines*, pp. 151-165, Oxford University Press, New York, U.S.A.
5. Leonhard, W. (1997), *Control of Electrical Drives*, pp. 155-168, Springer-Verlag, Berlin, Germany.
6. Holtz, J. (1995), "State of the Art of Controlled AC Drives without Speed Sensor", *IEEE Trans. PE and Drive System*, Vol. 1, pp. 1-6.
7. 詹前茂 (2000), 「以複數運算為基礎的轉子場導控制感應馬達驅動器設計與實現」, 第二十一屆電力工程研討會, 台北, 第 517-521 頁。
8. Van Der Broeck, H. W., H. C. Skudelny, and G. V. Stanke (1988), "Analysis and Realization of a Pulse-width Modulator Based on Voltage Space Vectors", *IEEE Trans. Ind. applicat.*, Vol. 24, No. 1, pp. 142-149.
9. Chan, C. M. and C. H. Liu (1997), "The Design and Implementation of Self-Commissioning Techniques for a Vector-Controlled Induction Motor Drive", *Journal of Chinese Institute of Engineers*, Vol. 20, No. 4, pp. 401-412.
10. 詹前茂, 彭世興 (2001), 「感應馬達驅動器之參數鑑定與控制器參數調適」, 第二十二屆電力工程研討會, 高雄, 第 1331-1335 頁
11. 王偉修、劉昌煥 (1998), *PC-Based 馬達控制器即時發展系統*, 第 141-143 頁, 微鋒科技, 台北,

91 年 09 月 09 日投稿

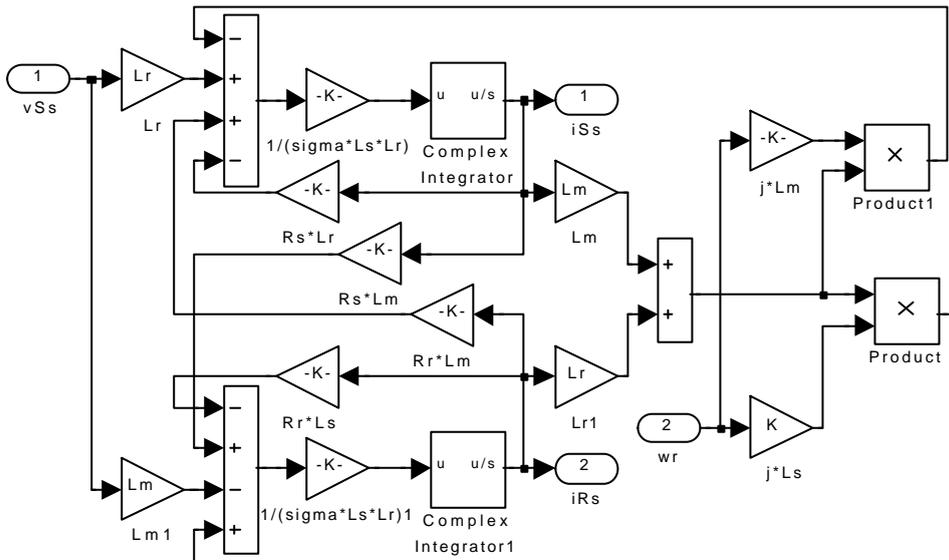
91 年 09 月 16 日接受

表 1 變頻器開關損失最小化的對稱開關狀態順序及開關時間

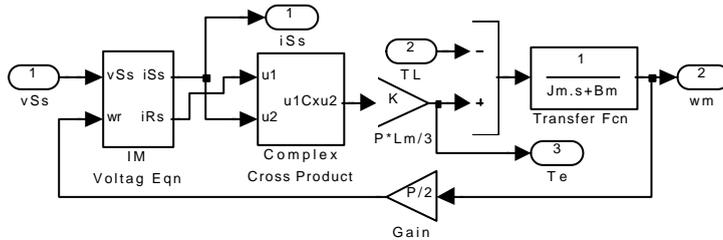
| 扇區 | 開關狀態順序及開關時間   |
|----|---|
| 1  | $(000) T_0 / 2 \rightarrow (100) T_1 \rightarrow (110) T_2 \rightarrow (111) T_0 \rightarrow (110) T_2 \rightarrow (100) T_1 \rightarrow (000) T_0 / 2$ |
| 2  | $(000) T_0 / 2 \rightarrow (010) T_3 \rightarrow (110) T_2 \rightarrow (111) T_0 \rightarrow (110) T_2 \rightarrow (010) T_3 \rightarrow (000) T_0 / 2$ |
| 3  | $(000) T_0 / 2 \rightarrow (010) T_3 \rightarrow (011) T_4 \rightarrow (111) T_0 \rightarrow (011) T_4 \rightarrow (010) T_3 \rightarrow (000) T_0 / 2$ |
| 4  | $(000) T_0 / 2 \rightarrow (001) T_5 \rightarrow (011) T_4 \rightarrow (111) T_0 \rightarrow (011) T_4 \rightarrow (001) T_5 \rightarrow (000) T_0 / 2$ |
| 5  | $(000) T_0 / 2 \rightarrow (001) T_5 \rightarrow (101) T_6 \rightarrow (111) T_0 \rightarrow (101) T_6 \rightarrow (001) T_5 \rightarrow (000) T_0 / 2$ |
| 6  | $(000) T_0 / 2 \rightarrow (100) T_1 \rightarrow (101) T_6 \rightarrow (111) T_0 \rightarrow (101) T_6 \rightarrow (100) T_1 \rightarrow (000) T_0 / 2$ |

表 2 各相對虛擬中性點在一載波週期間於各個扇區的電壓平均值

| 扇區 | $\bar{v}_{aN}$          | $\bar{v}_{bN}$          | $\bar{v}_{cN}$          |
|----|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1  | $(T_1 + T_2)V_d / T_c$  | $(-T_1 + T_2)V_d / T_c$ | $(-T_1 - T_2)V_d / T_c$ |
| 2  | $(T_2 - T_3)V_d / T_c$  | $(T_2 + T_3)V_d / T_c$  | $(-T_2 - T_3)V_d / T_c$ |
| 3  | $(-T_3 - T_4)V_d / T_c$ | $(T_3 + T_4)V_d / T_c$  | $(-T_3 + T_4)V_d / T_c$ |
| 4  | $(-T_4 - T_5)V_d / T_c$ | $(T_4 - T_5)V_d / T_c$  | $(T_4 + T_5)V_d / T_c$  |
| 5  | $(-T_5 + T_6)V_d / T_c$ | $(-T_5 - T_6)V_d / T_c$ | $(T_5 + T_6)V_d / T_c$  |
| 6  | $(T_6 + T_1)V_d / T_c$  | $(-T_6 - T_1)V_d / T_c$ | $(T_6 - T_1)V_d / T_c$  |



(a)



(b)

圖 1 感應馬達的(a)電壓方程式圖式模型及(b)完整圖式模型

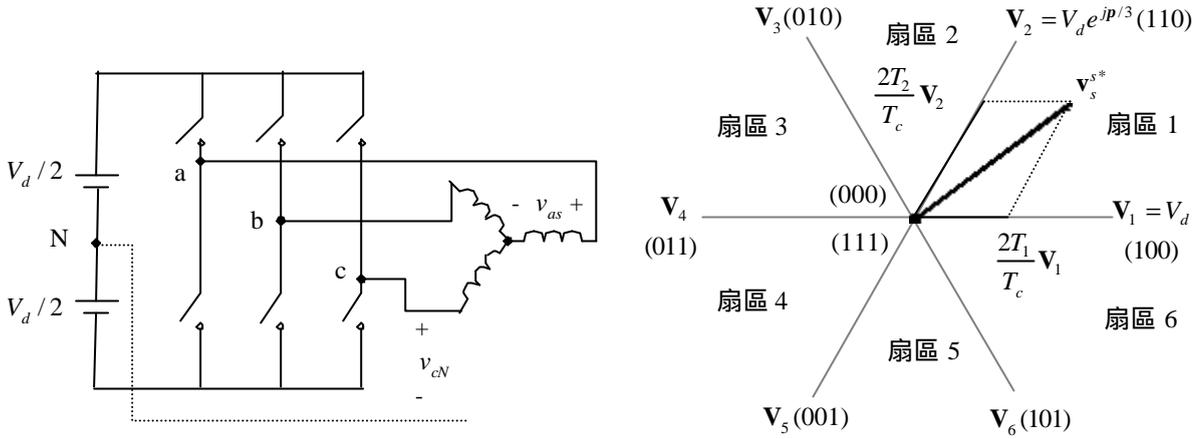


圖 2 電壓空間向量脈寬調變示意圖

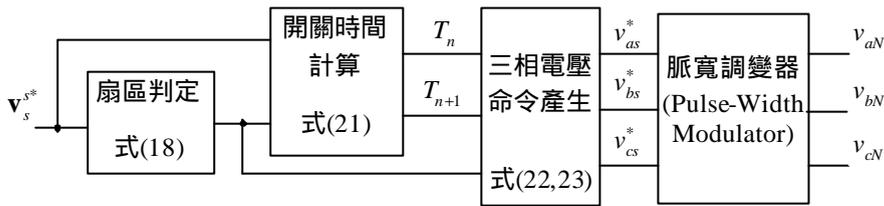


圖 3 以空間相量運算為基礎的電壓空間向量脈寬調變演算法則方塊圖

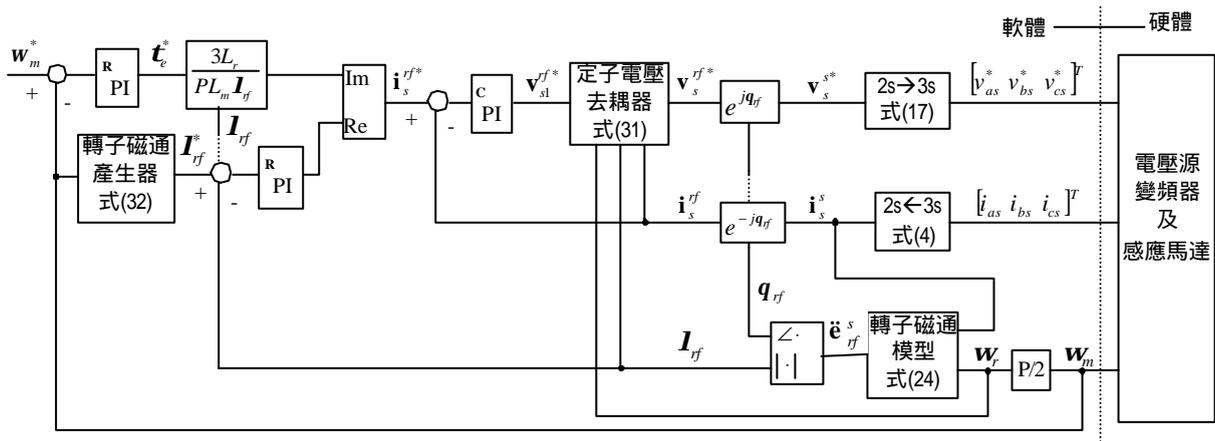


圖 4 以空間相量運算為基礎的感應馬達轉子場導控制法則方塊圖

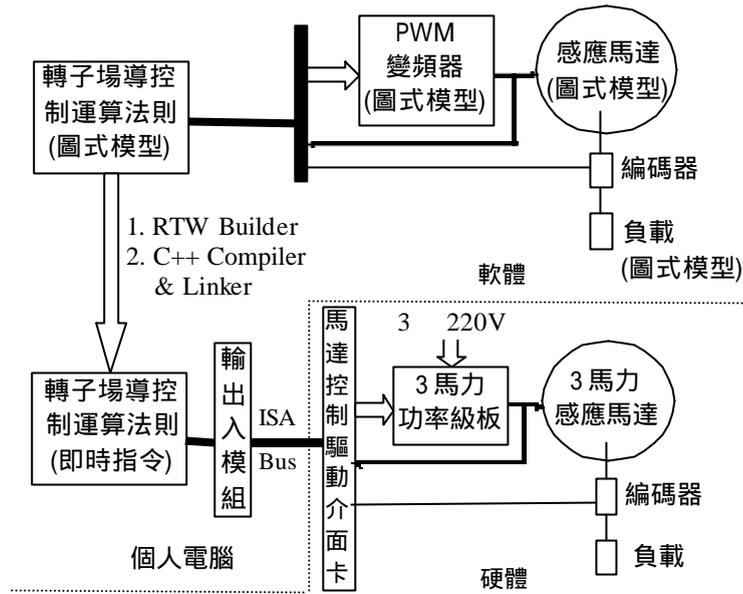


圖 5 在 Matlab-Simulink®環境下發展的感應馬達驅動器實驗系統

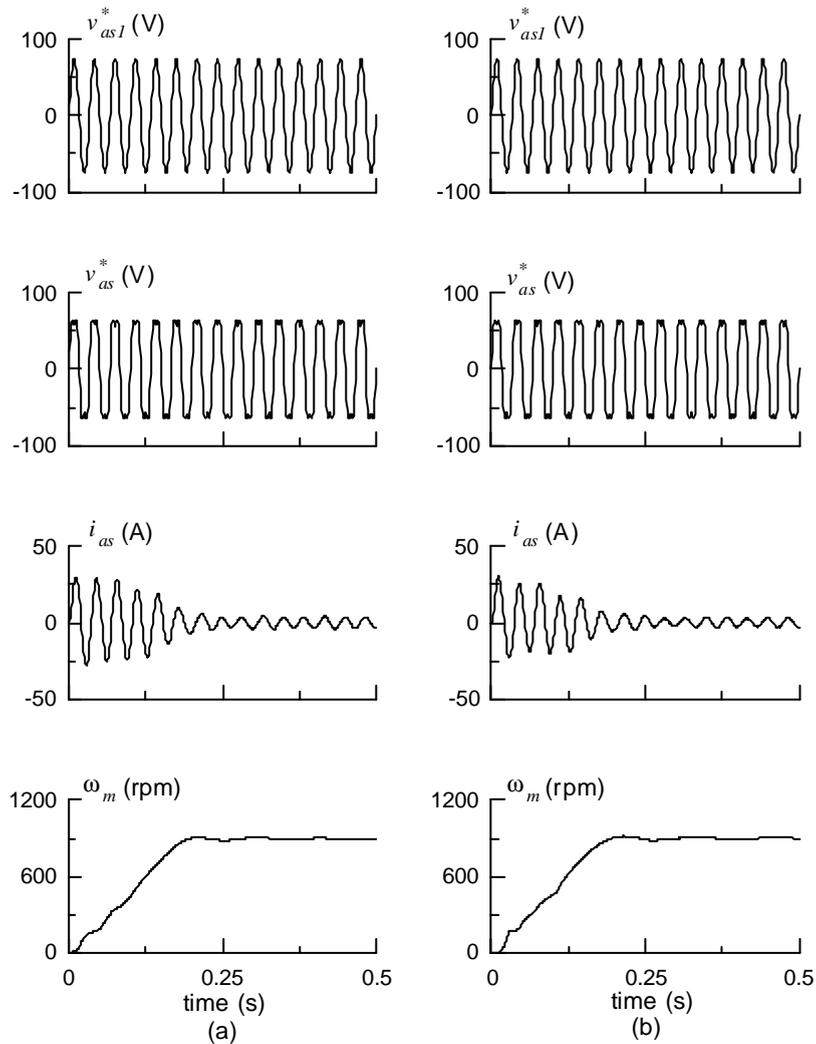


圖 6 利用定 V/f 比開迴路自由加速以測試電壓空間脈寬調變演算法則的模擬(a)與實測(b)相關波形

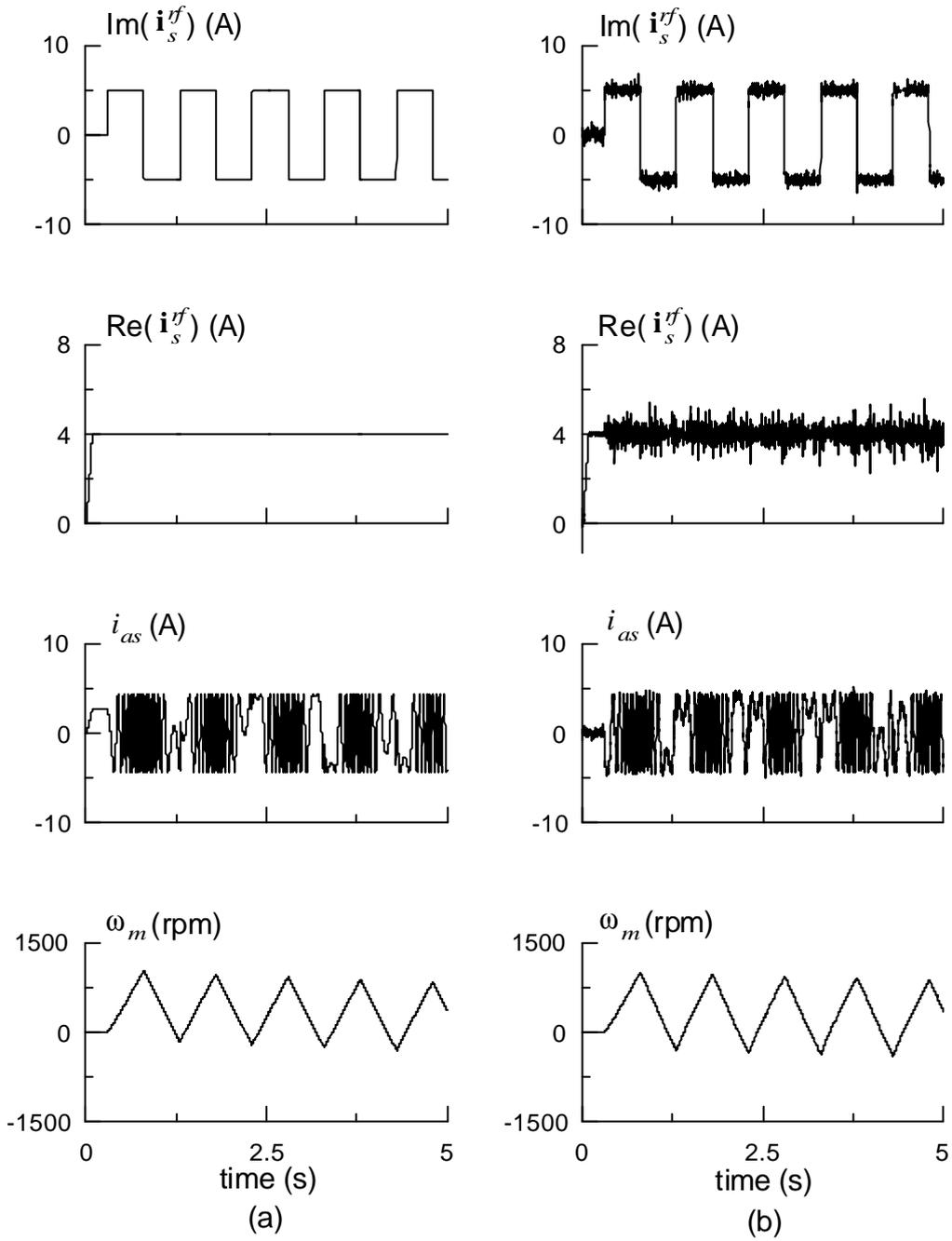


圖 7 三馬力感應馬達在轉子場導控制法則下的電流控制模擬(a)與實測(b)相關波形

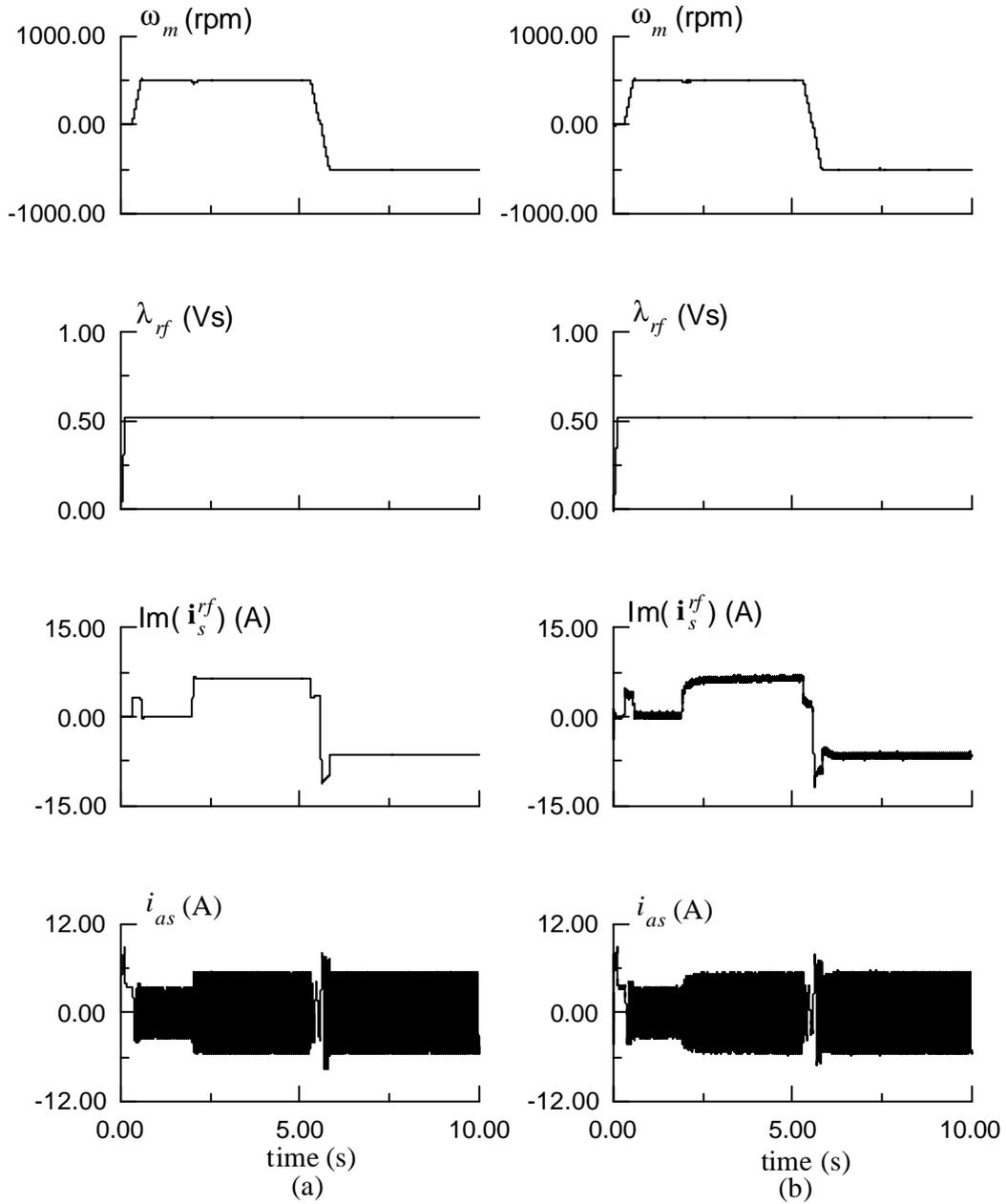


圖 8 三馬力感應馬達於約 2.0 秒時加載 5Nm 的正逆轉速度控制模擬(a)與實測(b)相關波形