

國立宜蘭大學

107 學年度研究所碩士班考試入學

工程數學(僅考矩陣與一、二階微分方程)試題

(電子工程學系碩士班)

准考證號碼：

《作答注意事項》

- 1.請先檢查准考證號碼、座位號碼及答案卷號碼是否相符。
- 2.考試時間：100 分鐘。
- 3.本試卷共有選擇題 8 題，一題 5 分；計算題 6 題，一題 10 分；共計 100 分。
- 4.請將答案寫在答案卷上。
- 5.考試中禁止使用手機或其他通信設備。
- 6.考試後，請將試題卷及答案卷一併繳交。
- 7.本試卷採雙面影印，請勿漏答。
- 8.應試時不得使用電子計算機。

Part I. 單擇題 (每題五分)

1. () The particular solution form of $y'' - 2y' + y = xe^x$ is (A) axe^x (B) $(ax+b)e^x$
(C) $x(ax+b)e^x$ (D) $x^2(ax+b)e^x$
2. () Which one is a linear differential equation? (A) $y'' + xy' + y = x^2$ (B) $y' = x^2 + y^2$ (C)
 $y'' - xy^2 = f(x)$ (D) $y'' - y' = y^3$
3. () The integrating factor of the equation $2\sin(y^2)dx + xy\cos(y^2)dy = 0$ is (A) y (B) y^2
(C) x^3 (D) x^4
4. () The general solution of $y'' + 100y = 0$ is (A) $c_1 \cosh 10x + c_2 \sinh 10x$
(B) $c_1 \cos 10x + c_2 \sin 10x$ (C) $c_1 e^{10x} + c_2 e^{-10x}$ (D) $c_1 x^{10} + c_2 x^{-10}$
5. () Given that $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, then (A) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.25 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
(C) $\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
6. () Assume \mathbf{A} and \mathbf{C} are matrices. Which one is correct? (A) $(\mathbf{A}^{-1})^{-1} = \mathbf{A}$ (B) $\mathbf{CAC}^{-1} = \mathbf{A}$
(C) $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$ (D) $(\mathbf{AC})^{-1} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{C}^{-1}$
7. () Given that $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, the rank of \mathbf{A} equals (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4.
8. () Assume \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , and \mathbf{D} are four matrices. Which one is correct? (A) $\mathbf{AB} = \mathbf{0}$ implies
 $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ or $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ (B) $\det(\mathbf{AB}) = \det\mathbf{A} \cdot \det\mathbf{B}$ (C) $\mathbf{AC} = \mathbf{AD}$ implies $\mathbf{C} = \mathbf{D}$
(D) $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}$

※注意：請在答案卷上作答，寫在試題卷之答案不予採計。未依題序作答者，需註明題號。

Part II. 計算題 (每題十分)

1. Solve the differential equation $\sin x \sin 2y dx = 2 \cos x \cos 2y dy$.

2. Solve the initial value problem. $y'' + 4y' + 4y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

3. Solve the differential equation $x^2 y'' - 20y = 0$.

4. Find the inverse matrix \mathbf{A}^{-1} . Given that $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & -0.5 \\ -0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 0.5 & 0 & -1.5 \end{bmatrix}$.

5. Find the eigenvalues and eigenvectors of $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$.

6. Find a matrix \mathbf{X} to diagonalize $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.