

國立宜蘭大學

103 學年度研究所碩士班考試入學

工程數學試題

(土木工程學系碩士班甲組)

准考證號碼：

《作答注意事項》

- 1.請先檢查准考證號碼、座位號碼及答案卷號碼是否相符。
- 2.考試時間：100 分鐘。
- 3.本試卷共有 4 題，第一題 20 分，第二題 25 分，第三題 25 分，第四題 30 分，共計 100 分。
- 4.請將答案寫在答案卷上。
- 5.考試中禁止使用大哥大或其他通信設備。
- 6.考試後，請將試題卷及答案卷一併繳交。
- 7.本考科可使用非程式型（不具備儲存程式功能）之電子計算機。

1. 20% 解 Bernoulli DE $y' + y = xy^3$

2. 25% $\frac{d^2x}{dt^2} + 64x = 2 \cos \omega t$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$

(a) 10% 當 $\omega \neq 8$ 時，求 $x(t)$

(b) 15% $\lim_{\omega \rightarrow 8} x(t) = ?$

3. 25% $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = -1 \end{cases}$

(a) 5% 將題目化成矩陣形式，即 $A\bar{x} = \bar{b}$ ，並寫出增量矩陣。

(b) 5% 使用 Cramer's Rule 求解

(c) 5% 求出 A 的反矩陣 A^{-1} ，再使用 A^{-1} 求解 \bar{x}

(d) 5% 求解 A 的特徵值與對應的特徵向量

(e) 5% 使用 A 的特徵向量將 A 進行相似轉換

4. 30% $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

(a) 6% 求 ∇f

(b) 6% 求 $\nabla \times \nabla f$

(c) 6% 驗證 f 是否滿足 Laplace equation $\nabla^2 f = 0$, $(x, y) \notin (0, 0)$?

(d) 6% 求 f 在點 $(1, 0)$ 的變化最快的方向及變化最大的值

(e) 6% 求 f 在點 $(1, 0)$ 往 $\bar{u} = \bar{i} + \bar{j}$ 的方向導數 $D_{\bar{u}} f(1, 0)$