

1. 20% $2y' - 4xy = 2x^3$,

(a) 10% 以線性微分法求通解，

(b) 10% 以正合微分法求通解。

2. 20% $x^2y'' - 2xy' + 2y = 5x^3 \cos 3x$, 求微分方程式的通解。

3. 25%

(1) 10% $f(t) = H(t)e^{-at}$, $g(t) = \delta(t)$, 其中 $H(t)$ 為 Heaviside function, $a > 0$, 試計算 $F(\omega)$, $G(\omega)$,

(2) 15% 試以 Fourier transform 求 $y'' + 3y' + 2y = \delta(t)$ 的特解 $y_p(x)$ 。

4. 35% $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$,

(1) 2% 求 $|A|$,

(2) 2% 求 $\text{rank}(A)$,

(3) 5% 求 A^{-1} ,

(4) 10% 求找出 A 矩陣的特徵值與特徵向量並組成傳輸矩陣 P (transition matrix) ,

(5) 3% 求 P^{-1} ,

(6) 3% 求 A 矩陣的對角化形式，

(7) 10% 若 $f(x) = x^{10} + 1$, 求 $f(A)$ 與 $f(A)$ 的特徵值與特徵向量。