

1. 試求下列極限值：

$$(1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{4}{x} - \frac{4}{3}}{x-3} \quad (5\%)$$

$$(2) \text{若 } f(x) = x^2 - 2x + 3, \text{ 試求 } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} \quad (5\%)$$

2. 試微分下列各函數：

$$(1) f(x) = x\sqrt{1-x^2} \quad (6\%)$$

$$(2) G(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} \quad (6\%)$$

$$(3) e^{x^2} \ln(1+\sqrt{x}) \quad (8\%)$$

3. 請利用隱微分，求滿足各方程式之函數 f (令 $y = f(x)$) 的導數 $f'(x)$

$$(1) x^3 - 3xy + y^2 = 4 \quad (8\%)$$

$$(2) \sqrt{x+1} - \sqrt{y+1} = 2 \quad (8\%)$$

4. 求 $xy - \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$ 在(1,4)的切線 (8%)

5. 試求下列積分值

$$(1) \int_{-2}^{-1} (2x^3 + \frac{1}{x^2}) dx \quad (6\%)$$

$$(2) \int (x+2)\exp(x^2+4x) dx \quad (6\%)$$

$$(3) \int \cos^4 2x dx \quad (8\%)$$

6. 已知 $y \cos x + x \cos y = 4$ ，試求 $D_x y$ (10%)

7. 試求 $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n}$ (10%)

8. 請利用疊積分求 f 在已知矩形 Q 的二重積分：

$$f(x, y) = x^2 y(x-y) \quad Q = [(0,0), (1,1)] \quad (6\%)$$