

1. 設隨機變數 X 和 Y 的聯合機率密度函數為

$$f(x,y)=\begin{cases} 1 & 0 \leq 2y \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

試求

- (1) $P(X \leq 1.5, Y \leq 0.5)$ 。(8 分)
 (2) 在給定 $X=x$ 時， Y 的條件機率密度函數。(8 分)
 (3) $\text{Var}(2X+Y)$ 。(8 分)
2. 設 (x_1, x_2, \dots, x_n) 為由指數分配 $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$ 中抽出之隨機樣本，請求出母數 λ 之最大概似估計量(MLE)。(8 分)
3. 某品管人員欲瞭解工廠中的唯一生產線產品之瑕疵率，因此隨機抽檢該生產線的產品 5 個，結果發現其中有 2 個是瑕疵品，試問在顯著水準 0.10 下，該工廠的生產線之瑕疵率是否大於 20%。(10 分)
4. 某公司正重新設計其連鎖店之傳輸系統，現有二種設計被考慮，且分別安裝於二家店內進行測試，經由不同次數的測試，所得到的效率資料如下：(假定母體為常態)

系統別	系統甲	系統乙
樣本數	12	10
平均數(分)	85	81
標準差(分)	4	5

試問二種系統的傳輸效率是否具明顯的差異？(顯著水準為 0.10 時)。(12%)

5. 某研究人員欲瞭解某化學工廠設置在 A, B, C 三個城鎮的支持率是否有所不同，因此分別由此三個城鎮中隨機抽出 200 位成年人詢問其支持與否，而得到如下的資料：

城鎮別	A	B	C
支持人數	16	24	9

試問在顯著水準 0.05 下，此資料是否足以顯示三城鎮之支持率是不盡相同的。(8%)

6. 已知某項產品的規格服從於平均數為 μ 且標準差為 12 的常態分配，現欲在顯著水準 0.05 下檢定此規格的母體平均數是否大於 20，而由其中隨機抽出 50 個樣本，則
- (1) 若此 50 樣本所得到的樣本平均數 $\bar{x}=22.55$ ，此時的 P 值(P-Value)為何？(8 分)
 (2) 又當母體平均數 $\mu=25$ 時，則其發生型 II 誤差(Type II Error)的機率為何？(10 分)
7. 某研究生收集蘭陽公司 10 個月的銷售額 Y (單位：萬元)與廣告費用 X (單位：萬元)，並欲建立 Y 對 X 的迴歸估計式，亦即 $\hat{Y}=\beta_0+\beta_1 X$ ，同時計算出如下的結果：

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 9.4 \quad \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 9.28 \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 959 \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 93569 \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 924.8$$

- (1) 請估計出 $\hat{\beta}_0$ 和 $\hat{\beta}_1$ ，並解釋 $\hat{\beta}_1$ 之意義。(10 分)
 (2) 若在顯著水準 0.05 下，請檢定模式中銷售額與廣告費用是否具相關性？(10 分)

