

國立宜蘭大學

105 學年度研究所碩士班考試入學

工程數學試題

(土木工程學系碩士班甲組)

准考證號碼：

《作答注意事項》

- 1.請先檢查准考證號碼、座位號碼及答案卷號碼是否相符。
- 2.考試時間：100 分鐘。
- 3.本試卷共有 4 題，第一題 25 分，第二題 30 分，第三題 20 分，第四題 25 分，共計 100 分。
- 4.請將答案寫在答案卷上。
- 5.考試中禁止使用大哥大或其他通信設備。
- 6.考試後，請將試題卷及答案卷一併繳交。
- 7.本考科可使用非程式型（不具備儲存程式功能）之電子計算機。

1. 25% $y'' + 2y' + y = xe^{-x}$

(a) 5% 求補解 y_c

(b) 10% 以未定係數法求特解 y_p

(c) 10% 以參數變異法求特解 y_p

2. 30% 一位置向量 $\vec{r}(t) = (R \cos t)\vec{i} - (R \sin t)\vec{j} + 3t\vec{k}$, 其中 R 為一常數

(a) 5% 求 $0 \leq t \leq 1$ 路徑長度

(b) 5% 將位置向量 $\vec{r}(t)$ 以弧長變數 s 表示之

(c) 10% 求單位切向量 $\vec{t}(s)$, 單位法向量 $\vec{n}(s)$, 單位副法向量 $\vec{b}(s)$

(d) 10% 求曲率 $k(s)$, 曲率半徑 $\rho(s)$, 扭率 $\tau(s)$

3. 20% 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

(a) 3% 試問 A 的秩 $r(A) = ?$

(b) 2% 試問 A 的行列式 $\det(A) = ?$

(c) 15% 求 A 的特徵值與其對應的特徵向量

4. 25% 函數 $f(t) = e^{iat}$, $g(t) = \sin(at)$, $h(t) = \cos(at)$

(a) 5% 證 $f(t)$ 的傅立葉轉換 $F(\omega) = 2\pi\delta(\omega - a)$

(b) 10% 求 $g(t), h(t)$ 的傅立葉轉換 $G(\omega), H(\omega)$

(c) 10% 微分方程式: $my'' + cy' + ky = f(t)$, 其中 m, c, k 為任意常數, 試以傅立葉轉換求微分方程式的特解 $y_p(t)$